

1. Si consideri il cristallo bidimensionale mostrato in **Fig. 1**. Stabilire se il cristallo è un reticolo di Bravais motivando la risposta. Nel caso in cui non fosse un reticolo di Bravais, proporre una possibile combinazione reticolo + base. Noto $a = 1 \text{ nm}$, calcolare la densità atomica superficiale.
2. Si consideri una sfera in tungsteno di diametro 2 cm a temperatura $T = 2000 \text{ }^\circ\text{C}$. Sapendo che a tale temperatura la sfera emette solo il 40% della potenza irradiata da un corpo nero avente pari diametro e temperatura, calcolare la lunghezza d'onda del picco di emissione di un corpo nero di pari diametro che irradia la medesima potenza della sfera.
3. Si consideri un metallo impiegato in un esperimento di effetto fotoelettrico. Sapendo che l'energia cinetica E_{kin} dei fotoelettroni emessi dalla superficie del metallo è pari al triplo della funzione lavoro del metallo, di che fattore dovrebbe cambiare la lunghezza d'onda della radiazione incidente per raddoppiare E_{kin} ?
4. Determinare se l'operatore posizione \hat{x} e l'operatore hamiltoniano \hat{H} di una generica particella quantistica descritta da una funzione d'onda $\psi(x,t)$ commutano tra loro. Che cosa si può affermare riguardo le grandezze osservabili associate ai due operatori?
5. Un elettrone di energia $E = 26 \text{ eV}$ proveniente da sinistra incontra un profilo di potenziale $V(x)$ ignoto ($E > V$). A partire dall'andamento della parte immaginaria della funzione d'onda dell'elettrone ad un certo istante t (**Fig. 2**), si risalga a $V(x)$ fornendone un grafico quotato. Si supporti tale grafico attraverso argomenti qualitativi sull'autofunzione dell'elettrone.
6. Un elettrone di energia $E = 2 \text{ eV}$ proveniente da sinistra incide sulla barriera di potenziale di altezza $V = 2.5 \text{ eV}$ mostrata in **Fig. 3**. Sapendo che la probabilità di tunneling attraverso la barriera è $P_{\text{tun}} = 2.4 \cdot 10^{-3}$, stimare la larghezza della barriera b adottando l'approssimazione WKB.
7. Si consideri una buca di potenziale monodimensionale a pareti infinite di larghezza $a = 5 \text{ nm}$. Determinare le energie dei primi 3 autostati confinati. Considerando il terzo autostato, determinare i) dove la probabilità di trovare un elettrone è nulla e ii) la lunghezza d'onda del fotone emesso a causa del rilassamento dell'elettrone dal terzo autostato al primo autostato.
8. Si considerino le due buche accoppiate mostrate in **Fig. 4**. Si disegnano qualitativamente le autofunzioni associate ai primi due autostati confinati e si scriva l'espressione della funzione d'onda di un possibile stato non stazionario che ha origine da una combinazione lineare di tali stati. Sapendo che lo splitting energetico è $\Delta E_{12} = 5 \text{ meV}$, calcolare la frequenza di oscillazione tra le due buche.
9. Si consideri un potenziale armonico bidimensionale $V(x, y) = \frac{1}{2} \alpha (x^2 + y^2)$. Noto $\alpha = 0.0134 \text{ Nm}^{-1}$, determinare l'energia del settimo autovalore e la corrispondente degenerazione.
10. Si consideri un elettrone libero di energia $E = 25 \text{ eV}$. Sapendo che il pacchetto d'onda ad esso associato ha una deviazione standard iniziale $\sigma_{x_0} = 1 \text{ } \mu\text{m}$, si valuti la sua deviazione standard σ_x dopo avere percorso una distanza $d = 1 \text{ m}$. E se il pacchetto avesse una deviazione standard iniziale $\sigma_{x_0} = 10 \text{ nm}$? Che cosa si può quindi concludere in base ai risultati ottenuti?

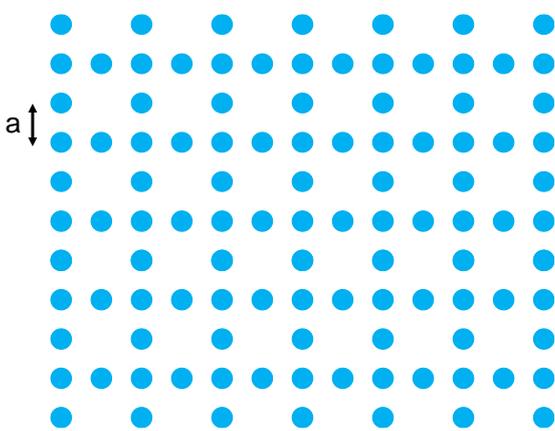


Fig. 1

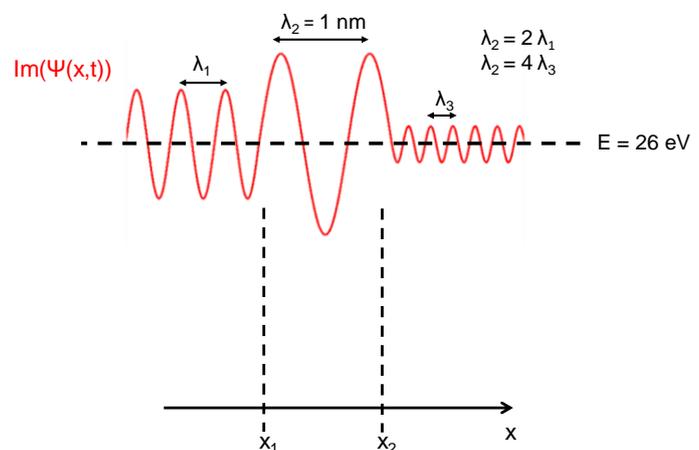


Fig. 2

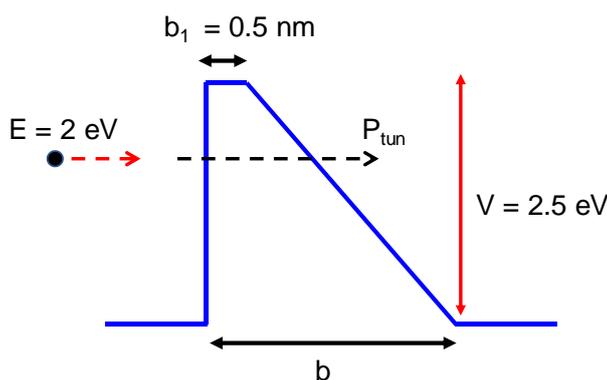


Fig. 3

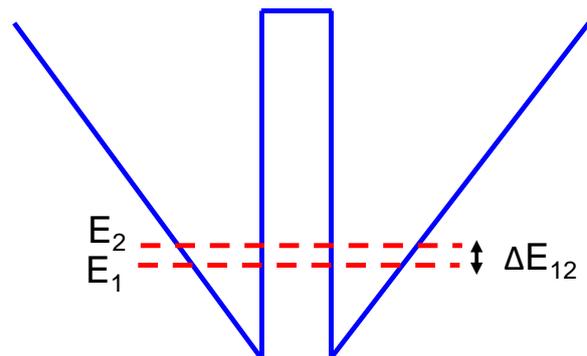


Fig. 4

1. Consider the 2D crystal shown in **Fig. 1**. Is it a Bravais lattice? Support your answer with suitable arguments. If the crystal is not a Bravais lattice, propose a possible combination lattice + basis. Given $a = 1 \text{ nm}$, calculate the surface atomic density.
2. Consider a tungsten sphere of diameter 2 cm at temperature $T = 2000 \text{ }^\circ\text{C}$. Knowing that the sphere emits at that temperature only 40% of power irradiated by a blackbody with the same diameter and temperature, calculate the peak wavelength of a blackbody of equal diameter irradiating a power equal to that emitted by tungsten sphere.
3. Consider a metal used in a photoelectric effect experiment. Knowing that the kinetic energy E_{kin} of photoelectrons emitted by the metal surface is 3 times metal work function, how should impinging radiation wavelength be changed to double E_{kin} ?
4. Determine if position operator \hat{x} and Hamiltonian operator \hat{H} for a quantum particle described by a wavefunction $\psi(x,t)$ commute. What can it be said about corresponding physical quantities?
5. An electron of energy $E = 26 \text{ eV}$ travelling from $x = -\infty$ runs into a potential profile $V(x)$ which is unknown ($E > V$). Based on imaginary part of electron wavefunction at certain time (**Fig. 2**), determine $V(x)$ providing its quoted plot. Support such plot by qualitative arguments on the electron eigenfunction.
6. An electron of energy $E = 2 \text{ eV}$ impinges on the potential barrier of height $V = 2.5 \text{ eV}$ shown in **Fig. 3**. Knowing that the tunneling probability through the barrier is $P_{\text{tun}} = 2.4 \cdot 10^{-3}$, estimate the barrier width b using the WKB approximation.
7. Consider a square infinite well of width $a = 5 \text{ nm}$. Determine the energies of the first 3 eigenstates. Considering the 3rd eigenstate, determine i) where the probability to find the electron is zero and ii) the wavelength of the photon emitted because of electron transition from 3rd to 1st eigenstate.
8. Consider the coupled wells shown in **Fig. 4**. Draw qualitatively the eigenfunctions of first two eigenstates and write the analytical expression of wavefunction for a possible non-stationary state resulting from its linear combination. Knowing that the energy splitting between first two eigenstates is $\Delta E_{12} = 5 \text{ meV}$, calculate the oscillation frequency between wells.
9. Consider a 2D harmonic potential well $V(x, y) = \frac{1}{2} \alpha (x^2 + y^2)$. Given $\alpha = 0.0134 \text{ Nm}^{-1}$, determine the energy of 7th eigenvalue and its degeneracy.
10. Consider a free electron of energy $E = 25 \text{ eV}$. Knowing that its wavepacket has an initial standard deviation $\sigma_{x0} = 1 \text{ } \mu\text{m}$, evaluate the final standard deviation σ_x after travelling a distance $d = 1 \text{ m}$. Which is the final packet standard deviation if the initial standard deviation is $\sigma_{x0} = 10 \text{ nm}$? What do these results say?

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stefan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$