

1. Si consideri un reticolo cristallino monodimensionale costituito da $N = 8$ atomi. Sapendo che il minimo valore di k ammissibile diverso da 0 è $k_{\min} = 2.38 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$, calcolare il passo reticolare a . Si disegni la parte reale o quella immaginaria dell'autofunzione $\psi_k(x)$ per $k = k_{\min}$ nota la funzione di Bloch riportata in **Fig. 1**.
2. Si consideri il profilo di potenziale barriera-buca-barriera mostrato in **Fig. 2(i)**. Si rappresenti qualitativamente il modulo quadro del coefficiente di trasmissione $|T_1|^2$ in funzione di E per $E < V$ utilizzando l'approssimazione di buca a pareti infinite. Inoltre, estendendo il profilo di potenziale barriera-buca-barriera al reticolo mostrato in **Fig. 2(ii)**, si rappresenti in modo qualitativo $|T_2|^2$ in funzione di E per $E < V$.
3. Si consideri un solido monodimensionale a $T = 0 \text{ K}$ la cui struttura a bande riportata in prima zona di Brillouin è mostrata in **Fig. 3**. Sapendo che la prima banda è completamente occupata mentre la seconda lo è solo per metà, determinare il comportamento del materiale (semiconduttore o metallo) e il numero di elettroni per atomo. Inoltre, nota la prima armonica della serie di Fourier del potenziale periodico $|V_1| = 0.45 \text{ eV}$ e l'energia $E_1^+ = 1.342 \text{ eV}$, si stimi il passo reticolare secondo la teoria del weak binding. Si assuma m_0 come massa dell'elettrone.
4. Si consideri un solido monodimensionale di passo reticolare $a = 0.5 \text{ nm}$ la cui banda di conduzione è descritta dal modello di tight binding $E(k) = E_{\text{at}} - 2\beta \cos(ka)$ dove $E_{\text{at}} = 1.5 \text{ eV}$. Calcolare β sapendo che la velocità a regime di un elettrone sottoposto ad un campo elettrico $F = -5 \text{ kVcm}^{-1}$ in presenza di scattering con i fononi ($\tau_m = 10^{-13} \text{ s}$) è $v = 10^6 \text{ cm/s}$. Che valore dovrebbe assumere τ_m affinché la velocità a regime sia pari al massimo valore di velocità permesso in banda?
5. Si consideri un metallo monovalente tridimensionale ($m^* = m_0$). Noto $E_F = 1.54 \text{ eV}$ a $T = 300 \text{ K}$ e il passo reticolare $a = 6.141 \text{ \AA}$, determinare il numero di atomi per cella e di conseguenza la struttura cubica del metallo.
6. Si consideri un semiconduttore intrinseco con $N_C = 4 \cdot N_V = 4 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Nota la concentrazione intrinseca $n_i = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ a $T = 300 \text{ K}$, calcolare il gap di energia E_G e la posizione precisa del livello di Fermi. Di quanto si sposta il livello di Fermi rispetto al caso intrinseco in seguito all'applicazione di un drogaggio donore $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$?
7. Si consideri un semiconduttore in fosforo di gallio (GaP) drogato n la cui struttura a bande lungo le direzioni di simmetria Γ -X e Γ -L è mostrata in **Fig. 4**. Rappresentare le superfici di Fermi degli elettroni a $T = 300 \text{ K}$ fornendo opportune argomentazioni. Si calcoli inoltre la massa DOS degli elettroni sapendo che $m_{\text{e}, \text{X}}^* = 1.12 \cdot m_0$, $m_{\text{e}, \text{L}}^* = 0.22 \cdot m_0$, $m_{\text{e}, \Gamma}^* = 0.09 \cdot m_0$, $m_{\text{h}, \text{L}}^* = 1.2 \cdot m_0$, $m_{\text{h}, \text{X}}^* = 0.15 \cdot m_0$.
8. Si consideri un semiconduttore in silicio drogato n. Determinare la concentrazione di drogante donore N_D tale che $n = 1.05 \cdot N_D$ a $T = 550 \text{ K}$.
9. Si consideri un esperimento di effetto Hall eseguito a $T = 300 \text{ K}$ mediante la barretta in germanio ($\hbar\omega_0 = 37 \text{ meV}$, $F_{\text{sat}} = 30 \text{ kVcm}^{-1}$, $m_{\text{e}}^* = 1.64 \cdot m_0$, $m_{\text{h}}^* = 0.082 \cdot m_0$) mostrata in **Fig. 5**. Stabilire se la barretta è drogata n o p assumendo le tensioni V_L e V_H positive con i versi riportati in figura. Si determini inoltre la massima V_H misurabile ai capi della barretta e una stima del tempo di rilassamento del momento τ_m dei portatori maggioritari.
10. Si consideri un campione in silicio a $T = 300 \text{ K}$. Sapendo che (i) la concentrazione di elettroni cresce linearmente tra $x = 0$ e $x = L = 0.01 \text{ cm}$ fino ad $n(L) = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, (ii) il coefficiente di diffusione degli elettroni è $D_n = 25 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ e (iii) la densità di corrente di diffusione degli elettroni è $J_n = 0.19 \text{ Acm}^{-2}$, determinare la resistività del campione in $x = 0$.

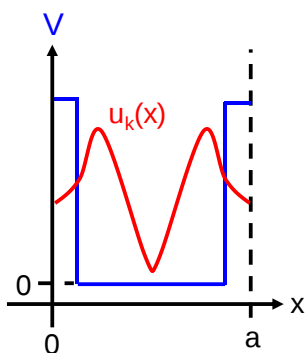


Fig. 1

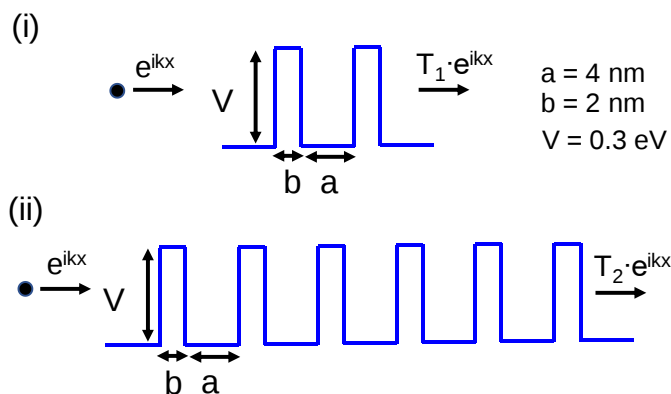


Fig. 2

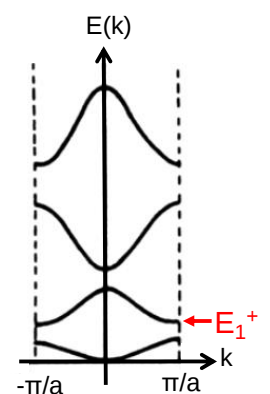


Fig. 3

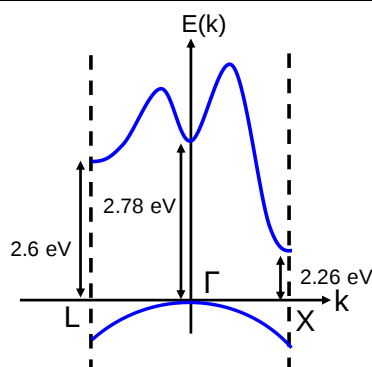


Fig. 4

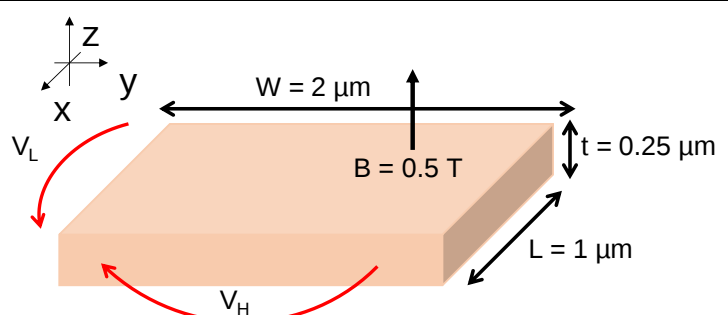


Fig. 5

1. Si consideri la struttura atomica del silicene mostrata in **Fig. 1**. Stabilire se si tratta di un reticolo di Bravais oppure no, argomentando la risposta. Qualora non si trattasse di un reticolo di Bravais, determinare la combinazione reticolo + base e il fattore di impaccamento atomico.
2. Si consideri un esperimento di effetto fotoelettrico in cui un fascio di luce di lunghezza d'onda $\lambda = 200$ nm incide sul catodo. Sapendo che per $\lambda > 243.5$ nm non si osserva alcuna emissione di elettroni dal catodo, si calcoli l'energia cinetica degli elettroni estratti dal catodo. Assumendo poi che una tensione accelerante V_A sia applicata tra catodo e anodo, determinare il valore di V_A tale per cui il rapporto tra la velocità degli elettroni all'anodo e la velocità degli elettroni al catodo è pari a 4.
3. Si consideri un elettrone di energia $E < V$ che arrivando da sinistra incontra una barriera rettangolare di larghezza a e altezza $V = 2$ eV. Si disegni in modo qualitativo il modulo quadro della funzione d'onda della particella $|\psi(x,t)|^2$ giustificando l'andamento nelle tre regioni. Si determini inoltre nel caso $E > V$ la larghezza di barriera tale per cui l'energia del secondo picco di trasmissione risonante è pari a 2.377 eV.
4. Si consideri la buca di potenziale ($W = 0.4$ eV, $\alpha = 1.5$ eVnm⁻², $b = 1.5$ nm) mostrata in **Fig. 2**. Utilizzando il principio di indeterminazione di Heisenberg, si stimi il numero di autostati stazionari confinati nella buca.
5. Si consideri il profilo di potenziale mostrato in **Fig. 3**. Sapendo che l'applicazione di un campo elettrico $F = -505$ kVcm⁻¹ ai capi della barriera consente di allineare lo stato fondamentale della buca 2 allo stato fondamentale della buca 1, si calcoli la larghezza a_1 . Assumendo inoltre che lo stato fondamentale di ciascuna buca sia occupato da un singolo elettrone, si determini in quale buca è possibile trovare contemporaneamente i due elettroni in seguito ad un singolo evento di tunneling. Si trascuri l'accoppiamento tra le buche.
6. Si consideri un reticolo cristallino monodimensionale costituito da $N = 8$ atomi. Sapendo che il minimo valore di k ammissibile diverso da 0 è $k_{\min} = 2.38 \cdot 10^9$ m⁻¹, calcolare il passo reticolare a . Si disegni la parte reale o quella immaginaria dell'autofunzione $\psi_k(x)$ per $k = k_{\min}$ nota la funzione di Bloch riportata in **Fig. 4**.
7. Si consideri un metallo monovalente tridimensionale ($m^* = m_0$). Noto $E_F = 1.54$ eV a $T = 300$ K e il passo reticolare $a = 6.141$ Å, determinare il numero di atomi per cella e di conseguenza la struttura cubica del metallo.
8. Si consideri un semiconduttore intrinseco con $N_C = 4 \cdot N_V = 4 \cdot 10^{19}$ cm⁻³. Nota la concentrazione intrinseca $n_i = 10^{12}$ cm⁻³ a $T = 300$ K, calcolare il gap di energia E_G e la posizione precisa del livello di Fermi. Di quanto si sposta il livello di Fermi rispetto al caso intrinseco in seguito all'applicazione di un drogaggio donore $N_D = 10^{17}$ cm⁻³?
9. Si consideri un semiconduttore in silicio drogato n. Determinare la concentrazione di drogante donore N_D tale che $n = 1.05 \cdot N_D$ a $T = 550$ K.
10. Si consideri un esperimento di effetto Hall eseguito a $T = 300$ K mediante la barretta in germanio ($\hbar\omega_0 = 37$ meV, $F_{\text{sat}} = 30$ kVcm⁻¹, $m^*_l = 1.64 \cdot m_0$, $m^*_t = 0.082 \cdot m_0$) mostrata in **Fig. 5**. Determinare se la barretta è drogata n o p assumendo le tensioni V_L e V_H positive con i versi riportati in figura. Si determini inoltre la massima V_H misurabile ai capi della barretta e una stima del tempo di rilassamento del momento τ_m dei portatori maggioritari.

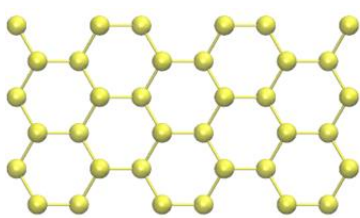


Fig. 1

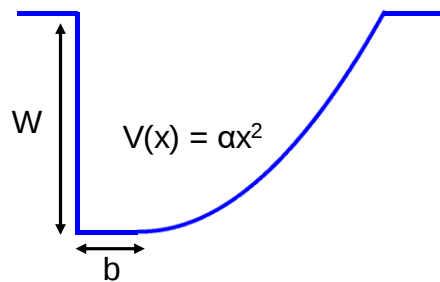


Fig. 2

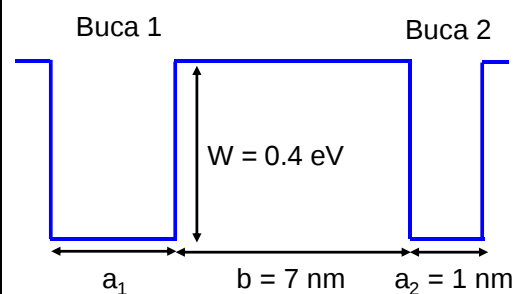


Fig. 3

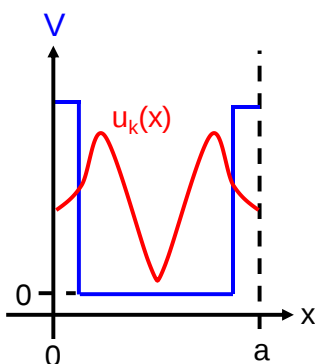


Fig. 4

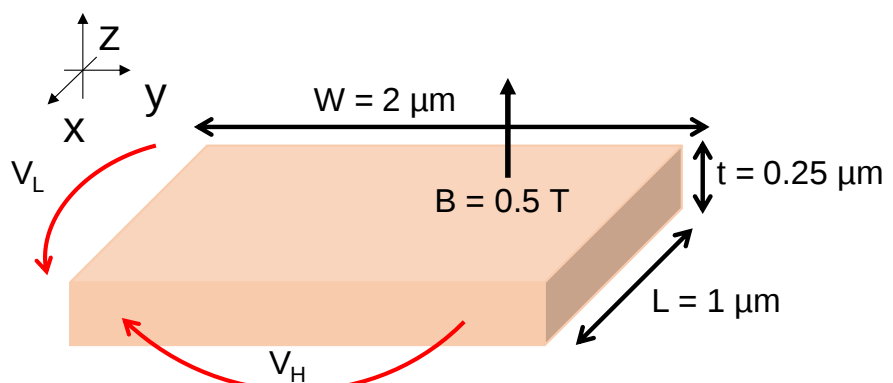


Fig. 5

1. Consider a 1D crystal with $N = 8$ atoms. Knowing that the minimum allowed k not equal to 0 is $k_{\min} = 2.38 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$, determine the lattice parameter a . Sketch real or imaginary part of the eigenfunction $\psi_k(x)$ at $k = k_{\min}$ given the Bloch function shown in **Fig. 1**.
2. Consider the potential profile barrier-well-barrier shown in **Fig. 2(i)**. Sketch qualitatively the square modulus of transmission coefficient $|T_1|^2$ as a function of E for $E < V$ using the infinite well approximation. In addition, extending the potential profile barrier-well-barrier to the lattice shown in **Fig. 2(ii)**, sketch qualitatively $|T_2|^2$ as a function of E for $E < V$.
3. Consider the band structure in reduced Brillouin zone of a 1D crystal at $T = 0 \text{ K}$ shown in **Fig. 3**. Knowing that first band and half of the second band are populated by electrons, determine material type (semiconductor or metal) and how many electrons are given by each atom. Moreover, given the first Fourier harmonic of periodic potential $|V_1| = 0.45 \text{ eV}$ and the energy $E_1^+ = 1.342 \text{ eV}$, estimate the lattice parameter a according to weak binding theory. Consider m_0 as electron mass.
4. Consider a 1D crystal of lattice constant $a = 0.5 \text{ nm}$ with conduction band described by tight binding model $E(k) = E_{\text{at}} - 2\beta \cos(ka)$ where $E_{\text{at}} = 1.5 \text{ eV}$. Calculate β knowing that the stationary velocity of an electron driven by an electric field $F = -5 \text{ kVcm}^{-1}$ in presence of scattering with phonons ($\tau_m = 10^{-13} \text{ s}$) is $v = 10^6 \text{ cm/s}$. What is the τ_m value such that stationary velocity is equal to the maximum velocity allowed within the energy band?
5. Consider a 3D monovalent metal ($m^* = m_0$). Given $E_F = 1.54 \text{ eV}$ at $T = 300 \text{ K}$ and the lattice constant $a = 6.141 \text{ \AA}$, determine the number of atoms per cell and consequently the cubic structure of metal.
6. Consider an intrinsic semiconductor with $N_C = 4 \cdot N_V = 4 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Given the intrinsic concentration $n_i = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ at $T = 300 \text{ K}$, calculate the energy gap E_G and the Fermi energy E_F . Where will E_F be located after application of a donor doping density $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$?
7. Consider a n-doped gallium phosphide (GaP) semiconductor whose band structure along Γ -X and Γ -L symmetry directions is shown in **Fig. 4**. Sketch the Fermi surfaces of electrons at $T = 300 \text{ K}$ with suitable arguments. Calculate $m_{\text{DOS},n}^*$ knowing that $m_{i,x}^* = 1.12 \cdot m_0$, $m_{i,x}^* = 0.22 \cdot m_0$, $m_{i,\Gamma}^* = 0.09 \cdot m_0$, $m_{i,L}^* = 1.2 \cdot m_0$, $m_{i,L}^* = 0.15 \cdot m_0$.
8. Consider a n-doped Si semiconductor. Determine donor concentration N_D such that electron concentration n at $T = 550 \text{ K}$ is $1.05 \cdot N_D$.
9. Consider a Hall experiment conducted at $T = 300 \text{ K}$ with germanium bar ($\hbar\omega_0 = 37 \text{ meV}$, $F_{\text{sat}} = 30 \text{ kVcm}^{-1}$, $m_{i,\Gamma}^* = 1.64 \cdot m_0$, $m_{i,t}^* = 0.082 \cdot m_0$) shown in **Fig. 5**. State if semiconductor bar is n- or p-doped considering V_L and V_H with positive polarities shown in the figure. In addition, determine the maximum V_H across the bar and an estimate of momentum relaxation time τ_m for majority carriers.
10. Consider a Si-sample at $T = 300 \text{ K}$. Knowing that (i) the electron concentration linearly increases between $x = 0$ and $x = L = 0.01 \text{ cm}$ up to $n(L) = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, ii) the electron diffusion coefficient is $D_n = 25 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ and iii) the electron diffusion current density is $J_n = 0.19 \text{ Acm}^{-2}$, calculate the sample resistivity in $x = 0$.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stefan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

costante dielettrica relativa ϵ_r
 concentrazione intrinseca $n_i [\text{cm}^{-3}]$
 gap di energia $E_G [\text{eV}]$
 densità di stati effettiva in banda di conduzione $N_C [\text{cm}^{-3}]$
 densità di stati effettiva in banda di valenza $N_V [\text{cm}^{-3}]$

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}

1. Consider the atomic structure of silicene shown in **Fig. 1**. Is it a Bravais lattice? Support your answer with suitable arguments. If the crystal is not a Bravais lattice, determine the combination lattice + basis and its atomic packing factor.
2. Consider a photoelectric effect experiment where a light beam of wavelength $\lambda = 200$ nm impinges on the cathode. Knowing that no electron photoemission is achieved by cathode for $\lambda > 243.5$ nm, calculate the kinetic energy of photoelectrons extracted by cathode. Also, applying an accelerating voltage V_A between cathode and anode, calculate V_A such that the ratio between electron velocity at anode and electron velocity at cathode is 4.
3. Consider an electron of energy $E < V$ impinging from left on a barrier of width a and height $V = 2$ eV. Sketch qualitatively the square modulus of particle wavefunction $|\psi(x,t)|^2$ motivating its behavior for each of three spatial regions. In case of $E > V$, what is the value of barrier width a such that the energy of the second resonant transmission peak is equal to 2.377 eV?
4. Consider the potential well ($W = 0.4$ eV, $\alpha = 1.5$ eVnm⁻², $b = 1.5$ nm) shown in **Fig. 2**. Using Heisenberg uncertainty principle, estimate the number of eigenstates confined in the well.
5. Consider the potential profile shown in **Fig. 3**. Knowing that the application of an electric field across the barrier $F = -505$ kVcm⁻¹ allows to align the fundamental state of well 2 to the fundamental state of well 1, calculate the width a_1 . Also, assuming that the fundamental state of each well is populated by one electron, determine in which well it is possible to find both electrons at the same time as a result of a single tunneling event. Neglect well coupling.
6. Consider a 1D crystal with $N = 8$ atoms. Knowing that the minimum allowed k not equal to 0 is $k_{\min} = 2.38 \cdot 10^9$ m⁻¹, determine the lattice parameter a . Sketch real or imaginary part of the eigenfunction $\psi_k(x)$ at $k = k_{\min}$ given the Bloch function shown in **Fig. 4**.
7. Consider a 3D monovalent metal ($m^* = m_0$). Given $E_F = 1.54$ eV at $T = 300$ K and the lattice constant $a = 6.141$ Å, determine the number of atoms per cell and consequently the cubic structure of metal.
8. Consider an intrinsic semiconductor with $N_C = 4 \cdot N_V = 4 \cdot 10^{19}$ cm⁻³. Given the intrinsic concentration $n_i = 10^{12}$ cm⁻³ at $T = 300$ K, calculate the energy gap E_G and the Fermi energy E_F . Where will E_F be located after application of a donor doping density $N_D = 10^{17}$ cm⁻³?
9. Consider a n-doped Si semiconductor. Determine donor concentration N_D such that the electron concentration n at $T = 550$ K is $1.05 \cdot N_D$.
10. Consider a Hall experiment conducted at $T = 300$ K with germanium bar ($\hbar\omega_0 = 37$ meV, $F_{\text{sat}} = 30$ kVcm⁻¹, $m^*_l = 1.64 \cdot m_0$, $m^*_t = 0.082 \cdot m_0$) shown in **Fig. 5**. State if semiconductor bar is n- or p-doped considering V_L and V_H with positive polarities shown in the figure. In addition, determine the maximum V_H across the bar and an estimate of momentum relaxation time τ_m for majority carriers.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stefan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$ J K⁻¹
 $c = 2.998 \cdot 10^8$ m s⁻¹
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}$ F m⁻¹
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W m⁻² K⁻⁴
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3}$ K m

costante dielettrica relativa ϵ_r
 concentrazione intrinseca n_i [cm⁻³]
 gap di energia E_G [eV]
 densità di stati effettiva in banda di conduzione N_C [cm⁻³]
 densità di stati effettiva in banda di valenza N_V [cm⁻³]

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}