1. Si consideri un cristallo di nickel metallico con reticolo cubico a facce centrate (FCC). Sapendo che il raggio atomico $r = 1.24 \text{ \AA}$, calcolare la densità atomica.
2. In un esperimento di effetto fotoelettrico, un elettrodo metallico è illuminato da una sorgente luminosa con lunghezza d'onda $\lambda = 248 \text{ nm}$. Sapendo che per una tensione di accelerazione $V_A = 8 \text{ V}$ la velocità degli elettroni all'anodo $v = 1.77 \times 10^8 \text{ cm s}^{-1}$, calcolare la lunghezza d'onda degli elettroni all'anodo e la frequenza di cut-off.
3. Si considerino gli autostati ψ_1, ψ_2 e ψ_3 di autovalori E_1, E_2 ed E_3 , rispettivamente, e la funzione d'onda $\Psi(t) = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + a_3\psi_3$. Si spieghi come determinare il valore di aspettazione dell'energia dello stato Ψ . Sapendo che su 100 misure viene misurata per 60 volte l'energia E_1 e per 30 volte E_2 , stimare il modulo di a_1, a_2 e a_3 .
4. Si consideri una buca rettangolare larga a , il cui autovalore fondamentale si trova ad energia E_1 , ed una buca rettangolare larga b , il cui terzo autovalore coincide con E_1 . Sapendo che nella buca larga a ci sono 2 livelli confinati e che le 2 buche hanno la stessa profondità, si calcoli il massimo numero di stati confinati nella buca larga b .
5. Si consideri il profilo di potenziale in **Fig. 1**, dove la probabilità di trasmissione dalla zona 1 alla zona 2 attraverso la barriera B è pari a 10^{-6} , mentre il gradino a destra è infinito. Un elettrone che incide dalla zona 1 sulla barriera B può esserne riflesso, oppure può tunnelare nella zona 2. In questa seconda ipotesi, si dica quante riflessioni deve subire in media l'elettrone in zona 2 prima di riuscire a tornare nella zona 1. Si stimi anche il rapporto tra i flussi elettronici verso destra in zona 1 e in zona 2.
6. Si disegni l'andamento qualitativo delle autofunzioni per la buca di **Fig. 2** per $n = 1$ ed $n = 13$.
7. Si consideri un elettrone posto sul secondo livello della buca di larghezza $a = 1 \text{ nm}$ in **Fig.3**. Sapendo che per una tensione $V_A = 10 \text{ V}$ applicata ai capi della barriera ($b = 2 \text{ nm}$) si ha un tempo medio di tunneling pari a $2.81 \text{ \mu s}$, calcolare la profondità della buca W .
8. Si consideri una doppia buca rettangolare con 2 livelli confinati ad energia E_1 ed E_2 , con $E_2 - E_1 = \Delta E > 0$. Si tracci l'andamento qualitativo delle autofunzioni ψ_1 e ψ_2 . Si scriva la funzione d'onda $\Psi(x,t)$ come combinazione lineare di ψ_1 e ψ_2 , tracciando l'andamento del modulo quadro $|\Psi|^2$ per $t = 0$ e per $t = 3\hbar/(4\Delta E)$.
9. Si considerino le relazioni di dispersione $E(k) = ak^2$ e $E(k) = bk^4$, con $a = 2.64 \times 10^{-39} \text{ Jm}^2$ e $b = 1.32 \times 10^{-57} \text{ Jm}^4$. Si trovi il valore di $k = k_0$ per cui i pacchetti d'onda per le 2 relazioni hanno la stessa velocità di gruppo v_{g0} , specificando il valore di v_{g0} . Quale dei due pacchetti si disperde maggiormente?
10. Si considerino i due reticoli in **Fig. 4** originati dalla stessa buca rettangolare di larghezza w e singolo autovalore E_{at} , ma con passo reticolare a e $2a$ rispettivamente. Si tracci il possibile andamento della banda di energia per i 2 reticoli nella prima zona di Brillouin (BZ1), spiegando l'ampiezza energetica di banda e la larghezza della BZ1. In quale dei due reticoli l'elettrone avrà minore massa efficace?

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

1. Consider a metallic nickel crystal with face centered cubic (FCC) lattice. Knowing that the atomic radius $r = 1.24 \text{ \AA}$, calculate the atomic density.
2. In an experiment on the photoelectric effect, a metallic electrode is irradiated by a light source with wavelength $\lambda = 248 \text{ nm}$. Knowing that the velocity of electrons at the anode $v = 1.77 \times 10^8 \text{ cm s}^{-1}$ for an accelerating voltage $V_A = 8 \text{ V}$, determine the wavelength of electrons at the anode and the cut-off frequency.
3. Consider the eigenstates ψ_1 , ψ_2 and ψ_3 with eigenvalues E_1 , E_2 and E_3 , respectively, and the wave function $\Psi(t) = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + a_3\psi_3$. Explain how to calculate the expectation value of energy of the Ψ state. Knowing that E_1 and E_2 are measured 60 and 30 times over 100 energy measurements, respectively, estimate the modulus of a_1 , a_2 and a_3 .
4. Consider a rectangular well of width a with the eigenvalue of the ground state at energy E_1 and a rectangular well of width b with the third eigenvalue equal to E_1 . Knowing that there are two confined states in the well of width a and the two wells have the same height, calculate the maximum number of confined states in the well of width b .
5. Consider the potential profile in **Fig.1** where the transmission probability through the barrier B from the zone 1 to the zone 2 is equal to 10^{-6} , while the right step has infinite height. An electron impinging on the barrier B from zone 1 can be reflected or can tunnel in zone 2. In the second case, evaluate how many reflections an electron has to undergo on average in zone 2 before coming back in zone 1. Estimate the ratio between the electron fluxes toward right direction in zone 1 and zone 2.
6. Draw the qualitative behavior of the eigenfunctions for the states $n=1$ and $n=13$ in the well of **Fig.2**.
7. Consider an electron in the second eigenstate of potential well of width $a = 1 \text{ nm}$ in **Fig.3**. Knowing that the tunneling average time through the barrier ($b=2 \text{ nm}$) is $2.81 \text{ \mu s}$ for an applied voltage $V_A = 10 \text{ V}$, calculate the well height W .
8. Consider a double rectangular potential well with two confined states of energy E_1 and E_2 , with $E_2 - E_1 = \Delta E > 0$. Draw the qualitative behavior of the eigenfunctions ψ_1 and ψ_2 . Write the wavefunction $\Psi(x,t)$ as linear combination of ψ_1 and ψ_2 , drawing the behavior of the wave function square modulus $|\Psi|^2$ at $t = 0$ and $t = 3\hbar/(4\Delta E)$.
9. Consider two dispersion laws $E(k) = ak^2$ and $E(k) = bk^4$, with $a = 2.64 \times 10^{-39} \text{ J m}^2$ and $b = 1.32 \times 10^{-57} \text{ J m}^4$. Calculate the momentum $k = k_0$ such that the wave packets for the two dispersion laws have the same group velocity v_{g0} , specifying the value of v_{g0} . Which one of two wave packets undergoes the highest dispersion?
10. Consider two lattices in **Fig. 4** generated by the same rectangular well of width w and single eigenvalue E_{at} , but with lattice constant a and $2a$, respectively. Draw the possible energy band for the two lattices in the first Brillouin zone (BZ1), explaining the band energetic amplitude and the width of BZ1. Is the effective mass lower for an electron in the first or in the second lattice?

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stephan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$