

1. Si consideri la struttura atomica bidimensionale mostrata in **Fig. 1**. Dire se tale struttura è un reticolo di Bravais motivando la risposta. Nel caso in cui non fosse un reticolo di Bravais, proporre una possibile combinazione reticolo + base. Si indichi una possibile coppia di vettori primitivi, una possibile cella primitiva e si calcoli la densità atomica della struttura.
2. Si consideri un corpo nero a temperatura T avente uno spettro di emissione con picco in $\lambda = 650$ nm. Calcolare lo spostamento del picco dovuto a un aumento di un fattore 2 della potenza emessa dalla cavità.
3. Si consideri un fascio di raggi X incidente su un target metallico in Potassio la cui soglia fotoelettrica $\lambda_{th} = 564$ nm. Determinare la massima lunghezza d'onda dei raggi X incidenti per cui i fotoelettroni emessi dal target sono in grado di generare un picco di diffrazione ($\theta = 40^\circ$) attraverso un cristallo con distanza interplanare $d = 0.2$ nm.
4. Si considerino le seguenti funzioni: (a) e^{ikx} , (b) $e^{\alpha x}$ e (c) $\sin(kx)$. Determinare quali delle tre funzioni sono autofunzioni per gli operatori $\hat{O}_1 = \frac{d}{dx}$ e $\hat{O}_2 = \frac{d^2}{dx^2}$, indicandone l'autovalore.
5. Si consideri il gradino di potenziale in **Fig. 2**. Si calcoli il rapporto tra flusso riflesso e flusso trasmesso.
6. Si consideri la buca di potenziale $V = a \cdot |x|^3$, con $a = 5 \cdot 10^8$ J m⁻³. Calcolare l'autovalore fondamentale e la dipendenza degli autovalori da n utilizzando il principio di indeterminazione di Heisenberg. Disegnare l'autofunzione per $n = 3$, giustificandone l'andamento.
7. Si consideri il profilo di potenziale in **Fig. 3**, dove un elettrone è inizialmente posizionato nella buca centrale. Determinare la larghezza della buca a affinché l'elettrone sia nello stato fondamentale di energia $E_1 = 0.5$ eV. Determinare b_1 e b_2 affinché l'elettrone abbia uguale probabilità di tunneling verso destra e verso sinistra, con tempo medio $T_{tun} = 1$ s.
8. Due buche a pareti infinite di larghezza $a = 1.5$ nm sono separate da una barriera delformale $V(x) = u_0 \delta(x)$. Nota l'energia del terzo livello energetico $E_3 = 0.63$ eV, calcolare il valore di u_0 e la frequenza di oscillazione ν_{3-4} tra il terzo e il quarto stato stazionario.
9. Un elettrone è descritto dalla relazione di dispersione $E(k) = -E_0 \cdot \cos(ka)$, con $a = 0.28$ nm e $E_0 = 0.5$ eV. Calcolare la velocità dell'elettrone in $k = \pi/(3a)$. Si determini il valore di k per cui la dispersione del pacchetto risulta minima.
10. Si consideri un cristallo monodimensionale costituito da 13 atomi. Si tracci la funzione involucre per il massimo valore di k , il minimo valore di k non nullo, ed un valore intermedio a piacere. Tracciare i possibili andamenti dell'autofunzione dell'elettrone per questi 3 valori di k sapendo che la funzione di Bloch $u_k(x)$ è di tipo pari con un solo massimo in corrispondenza di ciascun atomo e non si annulla in corrispondenza della barriera che separa due atomi adiacenti. (Si tracci in ogni caso la parte reale, o la parte immaginaria della funzione).

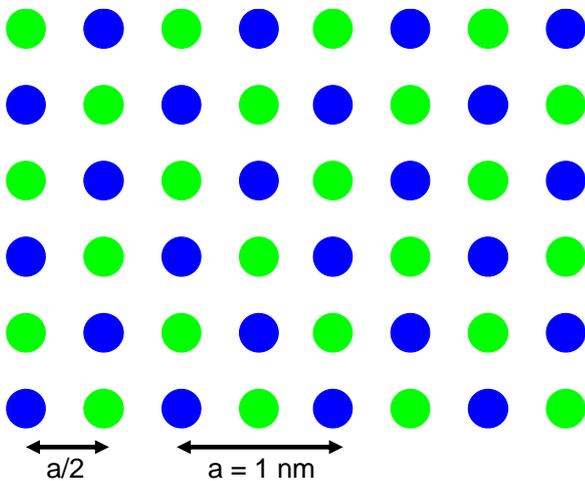


Fig. 1

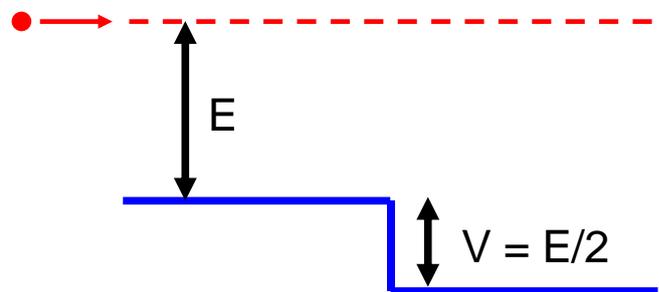


Fig. 2

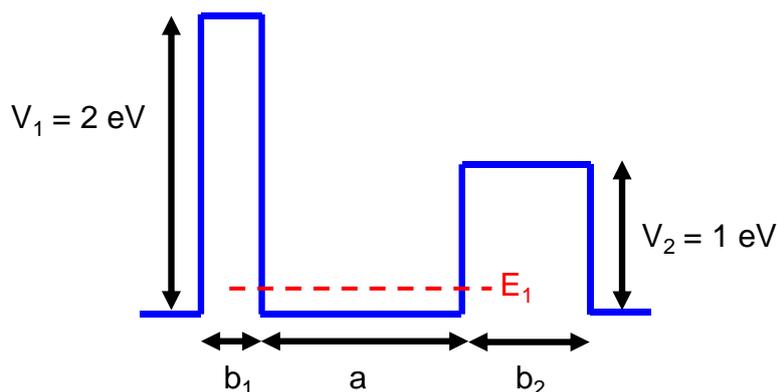


Fig. 3

1. Consider the 2D atomic structure shown in **Fig. 1**. Is it a Bravais lattice? Support your answer with suitable arguments. If the structure is not a Bravais lattice propose a possible combination lattice + basis. In addition, show a possible set of primitive vectors, a possible primitive unit cell and calculate the atomic density.
2. Consider the emission spectrum of a blackbody at temperature T with peak at $\lambda = 650$ nm. Calculate the peak displacement caused by an increase of emitted power by a factor 2.
3. Consider an X-ray beam impinging on a Potassium target with photoelectric threshold at $\lambda_{th} = 564$ nm. Determine the maximum X-ray wavelength so that the photoelectrons emitted by target can generate a diffraction peak ($\theta = 40^\circ$) by a crystal with distance between consecutive planes $d = 0.2$ nm.
4. Consider the following functions: (a) e^{ikx} , (b) $e^{\alpha x}$, and (c) $\sin(kx)$. Determine which functions are eigenfunctions for the operators $\hat{O}_1 = \frac{d}{dx}$ and $\hat{O}_2 = \frac{d^2}{dx^2}$, indicating the eigenvalue.
5. Consider the potential step shown in **Fig. 2**. Calculate the ratio between the reflected flux and transmitted flux.
6. Consider the potential well $V = a \cdot |x|^3$, with $a = 5 \cdot 10^8$ J m⁻³. Calculate the eigenvalue for the fundamental eigenstate and the dependence of eigenvalues on n , using the Heisenberg's uncertainty principle. Draw the eigenfunction for $n = 3$ explaining its behavior.
7. Consider the potential profile shown in **Fig. 3**, where an electron is initially located in the central well. Determine the well width a so that the electron occupies the fundamental eigenstate of energy $E_1 = 0.5$ eV. Determine b_1 and b_2 so that the electron has equal tunneling probability to right and to left, with an average tunneling time $T_{tun} = 1$ s.
8. Two infinite wells of width $a = 1.5$ nm are divided by a delta-like potential barrier $V(x) = u_0 \delta(x)$. Given the energy of third level $E_3 = 0.63$ eV, calculate u_0 and the oscillation frequency ν_{3-4} between the third and fourth stationary state.
9. An electron is described by the dispersion relation $E(k) = -E_0 \cdot \cos(ka)$, with $a = 0.28$ nm and $E_0 = 0.5$ eV. Calculate the electron velocity in $k = \pi/(3a)$. Determine the k value where the packet dispersion is minimum.
10. Consider a 1D crystal composed of 13 atoms. Draw the envelope function for maximum allowed k , minimum allowed k not equal to zero, and for another intermediate k value at will. Draw the possible eigenfunctions for these 3 different k values, knowing that the Bloch function $u_k(x)$ is even with a single maximum in correspondence of each atom and it is not zero in the barrier between adjacent atoms. (In any case, draw the real part, or imaginary part of the eigenfunction).

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stefan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$ J K⁻¹
 $c = 2.998 \cdot 10^8$ m s⁻¹
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}$ F m⁻¹
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ W m⁻² K⁻⁴
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3}$ K m