SOLUZIONI ESAME 23-07-2018

ES 1

fibra ottica step-index

$\lambda_0 = 1100\ nm$

$d = 5\ \mu m$

$n_2 = 1.4$

$D_m = -26\ \frac{ps}{nm \cdot km}$; $D_w = -6\ \frac{ps}{nm \cdot km}$

VCSEL $\Delta\lambda_{FWHM} = 0.2\ nm$

---

a) Dimensionare n_1 affinché → fibra monomodale
→ $\vartheta_{max} \geq 8°$

→ $V = \frac{2\pi a}{\lambda_0} NA \leq 2.405$, con a: raggio del core

$$NA \leq \frac{2.405\ \lambda_0}{2\pi a} = 0.1684$$

$$\rightarrow \sin\vartheta_{max} = \frac{NA}{n_0} \geq \sin(8°) = 0.1392$$

$n_0 = 1$

Si sceglie ad esempio $NA = 0.16$

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \rightarrow n_1 = \sqrt{NA^2 + n_2^2} = 1.409$$

---

b) L_{MAX} compatibile con $B_{RTZ} = 10\ Gbps$

fibra monomodale ⇒ NO dispersione intermodale.

→ dispersione cromatica:

$$\frac{\Delta\tau_{ch}}{L} = |D_{ch}|\,\Delta\lambda_{FWHM}\ , \quad \text{con } |D_{ch}| = |D_w + D_m| = 32\ \frac{ps}{nm\ km}$$

$$B_{RTZ} = \frac{1}{2\Delta\tau_{ch}}$$

$$\rightarrow \Delta\tau_{ch} \lesssim \frac{1}{2 B_{RTZ}} = 50ps$$

$$|D_{ch}|\,\Delta\lambda_{FWHM}\, L_{max} \lesssim 50ps$$

$$\rightarrow \quad L_{max} = 7.8\,km$$

---

c) Sorgente LED ($\lambda_0 = 1100nm$) → ricalcolare L_{max}

In un LED $\quad \Delta E_{FWHM} \cong 3kT = 77.6\,meV$

$$|dE| = \frac{hc}{\lambda^2}|d\lambda| \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda_{FWHM} = \frac{\lambda_0^2}{hc}\Delta E_{FWHM} = 75.7\,nm$$

$\rightarrow L_{max} \cong 20$ metri

ES 2

diodo laser in GaAs ($n = 3.6$)

$\lambda_0 = 870\,nm$

$L = 350\,\mu m$

$W = 3\,\mu m$

$d = 80\,nm$

$\tau_{PH} = 3\,ps$

$\tau_r = 2\,ns$

$I_{TH} = 20\,mA$

---

a) Determinare n_{TH}

Equazione di bilancio in CW:

$$\frac{I}{qLWd} = \frac{n}{\tau_r} + C n N_{PH}$$

A soglia posso ancora trascurare l'emissione stimolata rispetto all'emissione spontanea

$\rightarrow N_{PH} \sim 0$

$$\frac{I_{TH}}{qLWd} = \frac{n_{TH}}{\tau_r}$$

$$\rightarrow n_{TH} = \frac{\tau_r}{qLWd} I_{TH} = 2.98 \times 10^{18}\,cm^{-3}$$

---

b) Calcolare la slope efficiency η_s

$$\eta_s \triangleq \frac{P_{out}}{(I - I_{TH})} \quad e \quad P_{OUT} = \frac{\frac{1}{2} \cdot N_{PH} \cdot (\text{Volume cavità})(\text{Energia fotone})}{\Delta t} (1-R)$$

$\Delta t \rightarrow \frac{nL}{c}$

Ricavo N_{PH} dall'equazione di bilancio:

$$I > I_{TH} \qquad \begin{cases} n = n_{TH} \\ \dfrac{N_{PH}}{\tau_{PH}} = C n_{TH} N_{PH} \end{cases} \quad \text{[rate fotoni persi = rate em. stimolata]}$$

$$\frac{I}{qLWd} = \frac{n_{TH}}{\tau_r} + C n_{TH} N_{PH} = \frac{I_{TH}}{qLWd} + \frac{N_{PH}}{\tau_{PH}}$$

$$\frac{n_{TH}}{\tau_r} \rightarrow \frac{I_{TH}}{qLWd}$$

$$\rightarrow N_{PH} = \frac{\tau_{PH}}{qLWd}\left(I - I_{TH}\right)$$

$$\rightarrow P_{OUT} = \underbrace{\frac{\frac{1}{2}\frac{\tau_{PH}}{qLWd}(LWd)\frac{hc}{\lambda_0}}{\frac{L}{\frac{c}{n}}}(1-R)}_{\eta_{slope}}(I - I_{TH})$$

$$\eta_s = \frac{1}{2}\frac{\tau_{PH}}{q}\frac{hc^2}{n\lambda_0}\frac{1}{L}(1-R), \quad \text{con } R = \left(\frac{1-3.6}{1+3.6}\right)^2 = 0.32$$

$$\rightarrow \eta_s = 0.35 \, \frac{W}{A}$$

C) ΔT_{max} per avere $\Delta\lambda_{0,ms} \leq 10$ pm

Condizione di interferenza costruttiva in cavità: $L = \frac{m\lambda_0}{2n}$

Una variazione di temperatura ΔT determina una variazione dell'indice di rifrazione n, e della lunghezza della cavità L, e quindi uno spostamento del modo longitudinale oscillante.

$$\lambda = \frac{2nL}{m} \longrightarrow \frac{\partial\lambda}{\partial T} = \frac{2}{m}\left(L\frac{\partial n}{\partial T} + n\frac{\partial L}{\partial T}\right)$$

$\rightarrow \quad \frac{\partial \lambda}{\partial T} = \underbrace{\frac{2nL}{m}}_{\lambda_0} \left(\frac{\partial n}{n \partial T} + \frac{\partial L}{L \partial T} \right)$

$\rightarrow \quad \Delta T_{max} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0 \left(\frac{\partial n}{n \partial T} + \frac{\partial L}{L \partial T} \right)} = 0.14\,K$

ES3

Si APD

$W_p = 1.5\,\mu m$

$I_{d,0} = 2nA$

$F = M^x, \quad x = 0.3$

$R_L = 22\,k\Omega$

$S_{i,a} = \left(2.5\,\frac{pA}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

$BW = 20\,MHz$

$I_{ph,0} = 0.5\,nA$

---

a) Determinare α_e sapendo che $M = 100$ e $\frac{\alpha_h}{\alpha_e} = k = 0.1$

$$M = \frac{1-k}{\exp\left[-(1-k)\alpha_e W_p\right] - k}$$

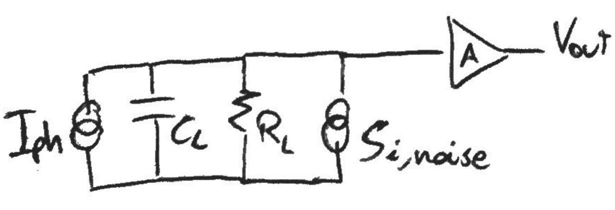
$$\exp\left[-(1-k)\alpha_e W_p\right] = \frac{1+k(M-1)}{M}$$

$$\rightarrow \alpha_e = \frac{1}{W_p(k-1)} \cdot \ln\left(\frac{1+k(M-1)}{M}\right) = 1.64 \times 10^6\ m^{-1}$$

---

b) Calcolare SNR [dB] per $M = 1$

circuito equivalente per l'analisi di piccolo segnale:



$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{M^2 I_{ph,0}^2}{\left[2q(I_{ph,0}+I_{d,0})M^2 \cdot F + \frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}\right]BW}$$

($F = M^x$, $x = 0.3$)

$M = 1$

contributi di rumore:

rumore shot: $2q(I_{ph,0} + I_{d,0}) = \left(2.83 \times 10^{-14} \frac{A}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

rumore termico: $\frac{4kT}{R_L} = \left(8.68 \times 10^{-13} \frac{A}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

rumore dell'amplificatore: $S_{i,a} = \left(2.5 \times 10^{-12} \frac{A}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

$$SNR \simeq 10 \log_{10}\left(\frac{I_{ph}^2}{\left[\frac{4kT}{R_L} + S_{ia}\right] BW}\right) = 10 \log_{10}(0.0018) = -27.5\,dB$$

C) Determinare M_{opt}, calcolare SNR, e tracciare un grafico SNR vs M

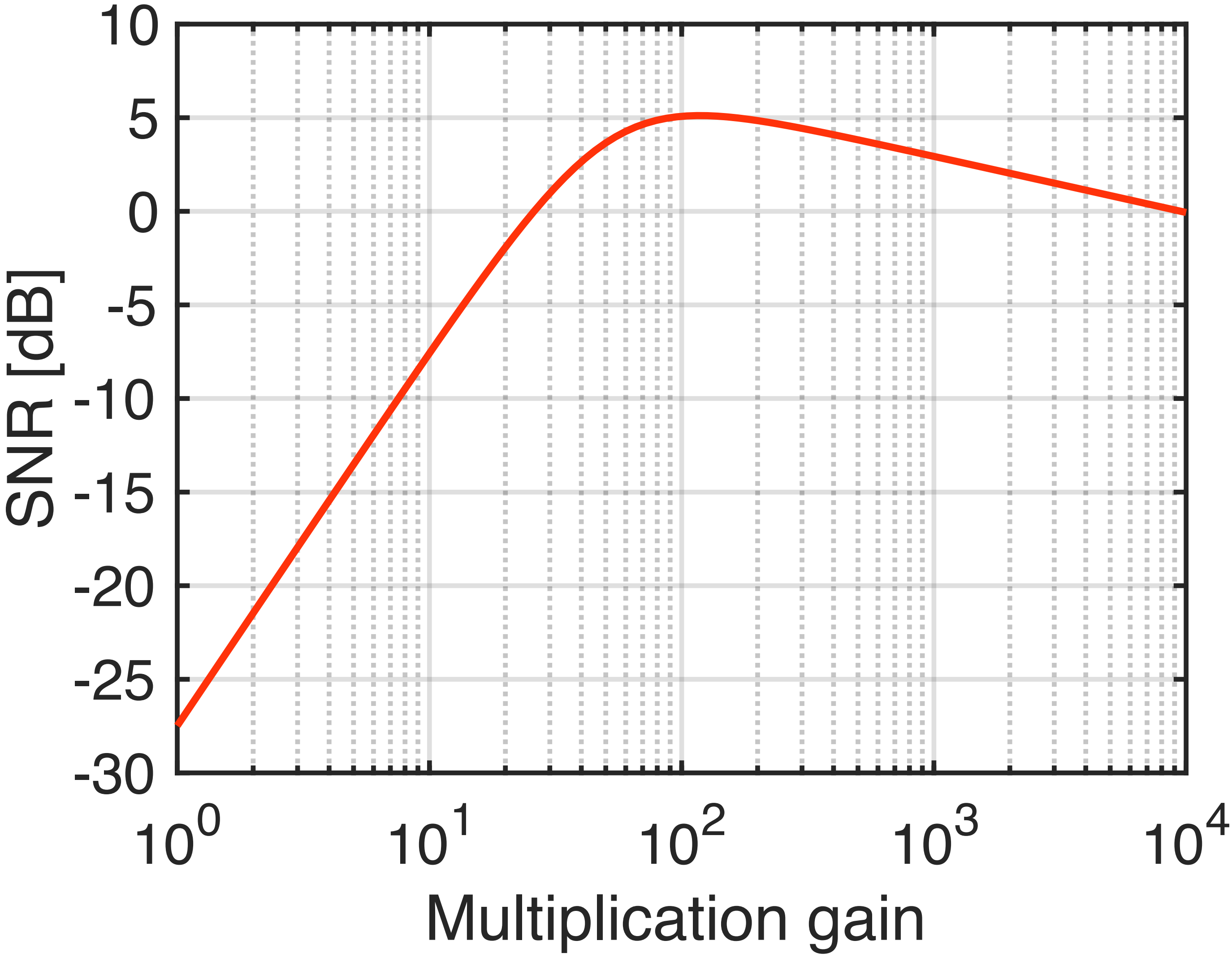
→ Divido $S_{i,tot}$ per M^2, derivo rispetto al M, e pongo uguale a zero

$$\frac{\partial}{\partial M}\left[2q[I_{d,0} + I_{ph,0}]M^x + \frac{\frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}}{M^2}\right] = 0$$

$$2qx[I_{d,0} + I_{ph,0}]M^{x-1} - 2\left(\frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}\right) \cdot \frac{1}{M^3} = 0$$

$$\rightarrow M_{opt} = \left[\frac{2\left(\frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}\right)}{2qx[I_{d,0} + I_{ph,0}]}\right]^{\frac{1}{2+x}} \underset{x=0.3}{=} 118$$

$$SNR = 10 \log_{10}(3.25) = 5.12\,dB$$


SNR [dB]
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
Multiplication gain