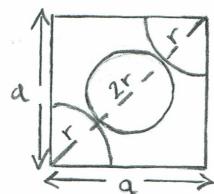


ES1

Cristallo di Nickel metallico (reticolo FCC)

raggio atomico $r = 1.24 \text{ \AA}$

- Pot



$$4r = a\sqrt{2} \rightarrow a = 2\sqrt{2}r = 3,51 \text{ \AA}$$

$$\rho_{\text{at}} = \frac{\text{N atomi}}{\text{VOLUME CELLA UNIT}} = \frac{8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2}}{a^3} = \frac{4}{a^3} = \frac{9,25 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}}{a^3}$$

ES2

$$\lambda_{\text{ph}} = 248 \text{ nm}$$

$$V_A = 8 \text{ V}$$

$$v_{e, \text{ANODO}} = 1,77 \cdot 10^8 \text{ cm/s}$$

$$\lambda_{e, \text{ANODO}} = \frac{h}{mv_{e, \text{ANODO}}} = 4,11 \text{ \AA}$$

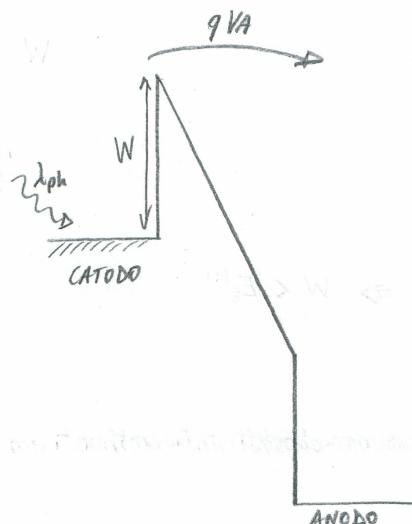
$$E_{\text{cin}, \text{ANODO}} = \frac{1}{2} m v_{e, \text{ANODO}}^2 = 8,91 \text{ eV}$$

$$E_{\text{cin}, \text{CAT}} = E_{\text{cin}, \text{ANODO}} - qV_A = 0,91 \text{ eV}$$

$$E_{\text{ph}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{ph}}} = 5 \text{ eV}$$

$$W = E_{\text{ph}} - E_{\text{cin}, \text{CAT}} = 4,09 \text{ eV}$$

$$f_{\text{CUT-OFF}} = \frac{W}{h} \approx 9,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$



ES3

Il valore di aspettazione dell'energia si ricava eseguendo N misure per $N \rightarrow \infty$.

Dato la generica funzione d'onda $\Psi(x,t) = \sum_n c_n \psi_n(x) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t}$, dove E_n è l' n -esimo autovalore dell'equazione di Schrödinger $\hat{H}\Psi = E\Psi$, $\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x,t) \hat{H} \psi(x,t) dx = \sum_m |c_m|^2 E_m$ con $|c_m|^2 = P(E=E_m)$

$$\Psi(t) = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2 + c_3 \psi_3$$

$$\langle E \rangle = |c_1|^2 E_1 + |c_2|^2 E_2 + |c_3|^2 E_3$$

$$|c_1|^2 = P(E=E_1) = \frac{60}{100} = 0,6 \quad \rightarrow \quad |c_1| \approx 0,775$$

$$|c_2|^2 = P(E=E_2) = \frac{30}{100} = 0,3 \quad \rightarrow \quad |c_2| \approx 0,548$$

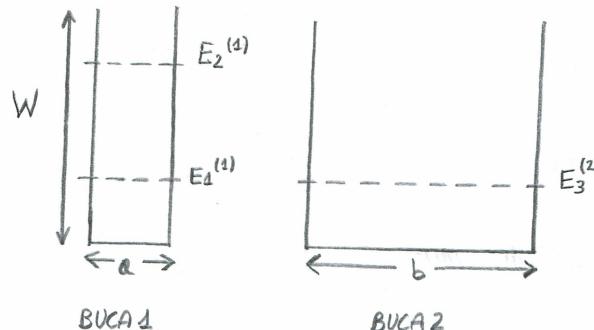
$$|c_3|^2 = P(E=E_3) = 1 - 0,6 - 0,3 = 0,1 \quad \rightarrow \quad |c_3| \approx 0,316$$

ES4

Approssimazione a pareti infinite

$$E_1^{(1)} = E_3^{(2)}$$

$$\frac{\hbar^2}{8m\alpha^2} = \frac{9\hbar^2}{8mb^2} \quad \rightarrow \quad b = 3\alpha$$



2 livelli confinati in buca 1 $\Rightarrow W < E_3^{(2)}$

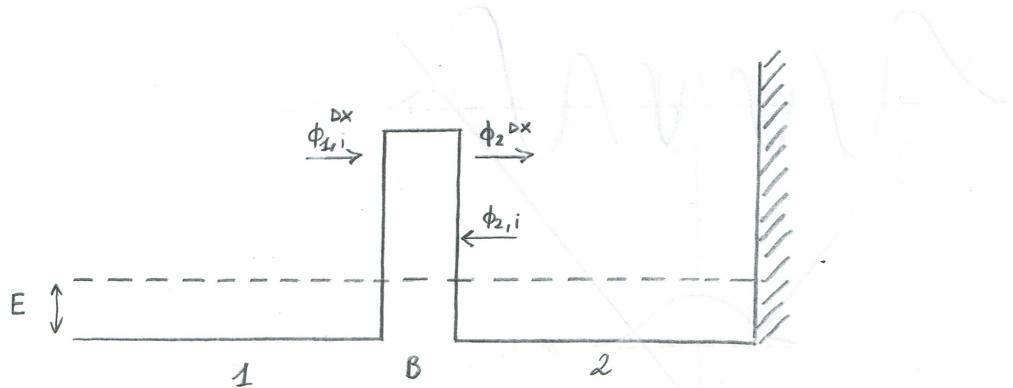
$$\text{ovvero } W < \frac{9\hbar^2}{8m\alpha^2}$$

Se m_b rappresenta il numero massimo di stati confinati in buca 2

$$E_{mb} = \frac{\hbar^2 m_b^2}{8mb^2} = W$$

valore limite

$$\text{Quindi } W = \frac{\hbar^2 m_b^2}{8mb^2} < \frac{9\hbar^2}{8m\alpha^2} \quad \Rightarrow \quad m_b < 9 \quad \Rightarrow \quad m_b = 8$$



$$P_{t,12} = 10^{-6}$$

Il numero di riflessioni che subisce in media un elettrone in zone 2 prima di riuscire a tornare in zone 1 risulta pari a $2 \cdot 10^6$, ovvero 10^6 riflessioni sul gradino + 10^6 riflessioni sulla barriera B, in quanto la probabilità di attraversare la barriera della zone 2 $P_{t,21}$ è uguale alla probabilità di attraversare la barriera delle zone 1 $P_{t,12}$.

Stima del rapporto tra i flussi verso destra in zona 1 e zona 2

Inizialmente la zona 2 è vuota.

Con il passare del tempo alcune particelle, in ragione della probabilità di tunneling $P_t = 10^{-6}$, attraversano la barriera popolando la zona 2.

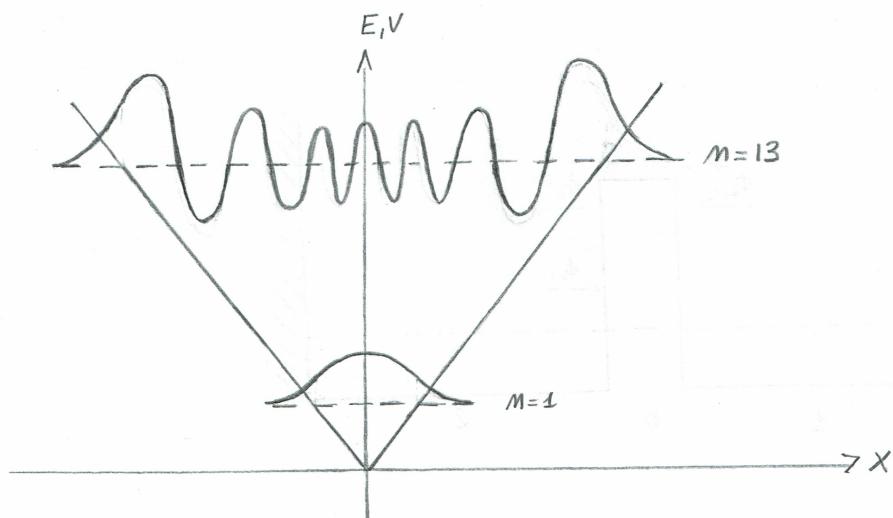
Tenendo conto delle probabilità di tunneling delle zone 2 sulla zone 1, vi saranno due tipi di particelle che entrano in zona 2 e dell'altro particelle che escono dalla medesima zona.

Allo stato stazionario si instaura una condizione di equilibrio dinamico per cui deve valere che

$$\phi_{1,i}^{dx} \cdot P_{t,12} = \phi_{2,i} \cdot P_{t,21} \quad (\text{condizione allo stato stazionario})$$

$$\text{Essendo } P_{t,12} = P_{t,21} = P_t = 10^{-6} \Rightarrow \phi_{2,i}^{dx} = \phi_{2,i} \simeq \phi_2^{dx}$$

$$\text{Quindi } \frac{\phi_2^{dx}}{\phi_{2,i}^{dx}} \simeq 1$$



Buca simmetrico \rightarrow autofunzioni pari o dispari

$m=1 \rightarrow$ autofunzione pari con 1 onda

$m=13 \rightarrow$ autofunzione pari con 13 onde

Buca non infinita \rightarrow tunneling con decadimento esponentiale

Nella rappresentazione dell' autofunzione associata allo stato $m=13$ si osserva che

- la lunghezza d'onda diminuisce man mano che ci si sposta verso il centro in quanto l'energia cinetica $E_{kin} \propto \frac{1}{r^2}$ aumenta fino a raggiungere il valore massimo proprio in corrispondenza del centro della buca.
- In prossimità delle estremità della buca, l'energia totale $E = V$ da cui segue che l'energia cinetica dell'elettrone è molto piccola. Quindi, più ci si sposta verso i bordi della buca più le particelle tende a rallentare. Ne segue che la probabilità di trovare le particelle in quei punti è molto elevata e quindi l'ampiezza dell' autofunzione deve essere maggiore.

Nei punti in cui $E = V$ le autofunzioni presentano dei punti di flesso.

ES 7

Approx buco e pareti infinite

$$E_2 = \frac{4\hbar^2}{8m\alpha^2} = 1,51 \text{ eV}$$

Assumiamo che la differenza di potenziale applicato sia tale da rendere le barriere triongolare → hyp regime Fowler-Nordheim

$$v = \sqrt{\frac{2E_2}{m}} = 7,3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

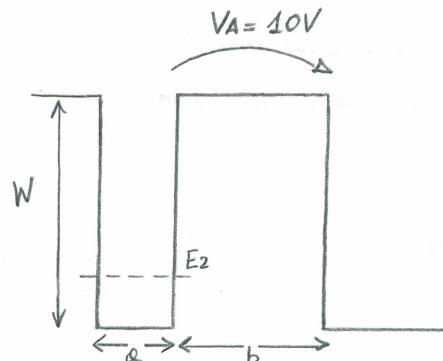
$$T_{\text{AR}} = \frac{2a}{v} \approx 2,75 \text{ fs}$$

$$P_{\text{TUN}} = \frac{T_{\text{AR}}}{t_{\text{TUN}}} \sim 9,8 \cdot 10^{-10}$$

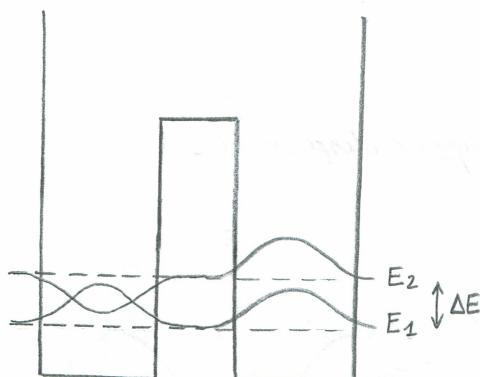
$$P_{\text{TUN}} = e^{-\frac{4}{3} \frac{N\sqrt{2m}b}{\hbar q V_A} (N-E_2)^{3/2}} \Rightarrow W = E_2 + \left(\frac{-\ln(P_{\text{TUN}})}{\frac{4}{3} \frac{\sqrt{2m}b}{\hbar q V_A}} \right)^{2/3} \approx 7,65 \text{ eV}$$

$W \gg E_2 \rightarrow$ approx buco e pareti infinite corrette

$W - E_2 < qV_A \rightarrow$ ipotesi regime Fowler-Nordheim corrette

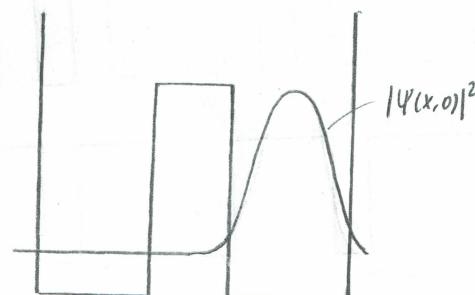


ES 8



$$\Psi(x,t) = Q_1 \psi_1 e^{-i \frac{E_1 t}{\hbar}} + Q_2 \psi_2 e^{-i \frac{E_2 t}{\hbar}} = e^{-i \frac{E_1 t}{\hbar}} (Q_1 \psi_1 + Q_2 \psi_2 e^{-i \frac{E_2 - E_1}{\hbar} t})$$

$$|\Psi(x,t)|^2 = |Q_1 \psi_1 + Q_2 \psi_2 e^{-i \frac{\Delta E}{\hbar} t}|^2$$

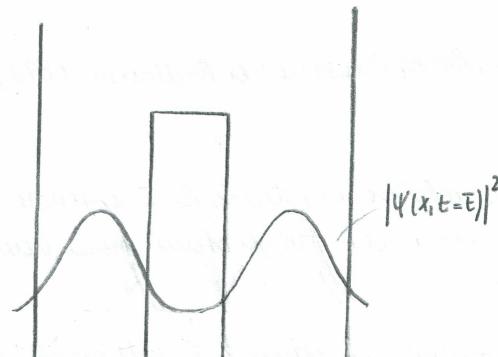


$$\bar{E} = 0 \quad |\Psi(x, \bar{E}=0)|^2 = |Q_1 \psi_1 + Q_2 \psi_2|^2$$

$$\bar{E} = \frac{3\hbar}{4\Delta E} \quad |\Psi(x, \bar{E})|^2 = |Q_1 \psi_1 + Q_2 \psi_2 e^{-i \frac{3\pi}{2}}|^2 =$$

$$= |Q_1 \psi_1 + i Q_2 \psi_2|^2$$

$$= (Q_1 \psi_1)^2 + (Q_2 \psi_2)^2$$



ES9

$$E_1(K) = \alpha K^2 \quad \text{con} \quad \alpha = 2,64 \cdot 10^{-39} \text{ Jm}^2$$

$$E_2(K) = bK^4 \quad \text{con} \quad b = 1,32 \cdot 10^{-57} \text{ Jm}^4$$

$$v_{g0} = \frac{dW}{dK} \Big|_{K_0} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dK} \Big|_{K_0}$$

$$v_{g0}^{(1)} = \frac{2eK_0}{\hbar}$$

$$v_{g0}^{(2)} = \frac{4bK_0^3}{\hbar}$$

$$v_{g0}^{(4)} = v_{g0}^{(2)} \Rightarrow \frac{2eK_0}{\hbar} = \frac{4bK_0^3}{\hbar} \Rightarrow K_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{2b}} = 10^9 \text{ m}^{-1}$$

Sostituendo K_0 in v_{g0} si ottiene $v_{g0} = 5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

La dispersione dei pacchetti d'onda è descritta dal parametro β

$$\beta \triangleq \frac{1}{2} \frac{d^2W}{dK^2} \Big|_{K_0} = \frac{1}{2\hbar} \frac{d^2E}{dK^2} \Big|_{K_0}$$

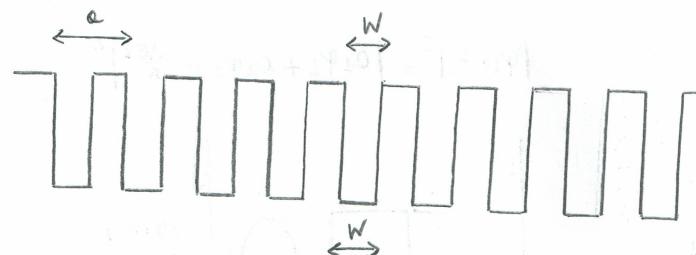
$$\beta^{(1)} = \frac{2Q}{2K} = \frac{Q}{K} = \frac{2bK_0^2}{\hbar}$$

$$\beta^{(2)} = \frac{12bK_0^2}{2K} = \frac{6bK_0^2}{\hbar}$$

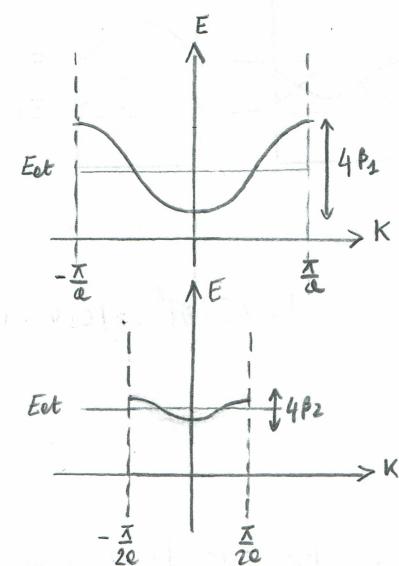
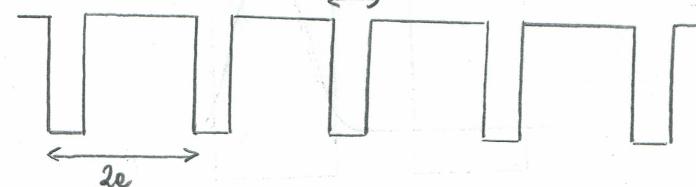
Pertanto $\beta^{(2)} = 3\beta^{(1)}$ \Rightarrow il secondo pacchetto è soggetto a una maggiore dispersione.

ES10

RETIKOLO 1



RETIKOLO 2



- Nel caso del reticolo 2, la prima zona di Brillouin (B_{21}) risulta più stretta ($-\frac{\pi}{2a} \leq K \leq \frac{\pi}{2a}$)
- L'ampiezza delle bande relative al reticolo 2 è molto inferiore rispetto a quella delle bande relative al reticolo 1. Ciò è dovuto alla minore interazione tra gli atomi "più vicini" ovvero alla minore sovrapposizione delle funzioni sulle波包.

Dato che le bande corrispondenti al reticolo 2 sono molto più schiacciate rispetto alle bande di energia 1, la sua ampiezza risulta molto minore. Questo comporta $m_2^* \gg m_1^*$. L'elettrone coni giri su una effusione minore nel primo reticolo.