ES 1

laser He - Ne $\left(m_{He} = 0.66 \times 10^{-26}\ kg \ ; \ m_{Ne} = 3.35 \times 10^{-26}\ kg \right)$

$\lambda_0 = 632.8\ nm$

$\alpha_{quartz} = \dfrac{dL}{L\,dT} = 0.59 \times 10^{-6}\ K^{-1}$

$R_1 = 96\%$

$R_2 = 99.99\%$

$\alpha_s = 0.05\ m^{-1}$

$\Delta\nu_{FWHM} = 1.55\ GHz$ per effetto Doppler

---

a) Determinare $T\,[^\circ C]$

Allargamento di riga per effetto Doppler:

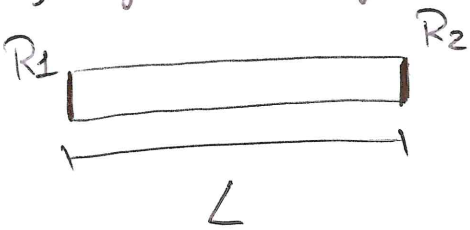
$$\Delta\nu_{FWHM} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{KT \cdot 2\ln(2)}{m_{Ne} \cdot c^2}}$$

con $\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0} = 474\ THz$

$$\rightarrow T = \frac{m_{Ne} \cdot c^2}{K \cdot 2\ln(2)} \left(\frac{\Delta\nu_{FWHM}}{2\nu_0} \right)^2 = 421.2\ K$$

$$\boxed{T = 148\ ^\circ C}$$

b) Progettare la lunghezza L della cavità

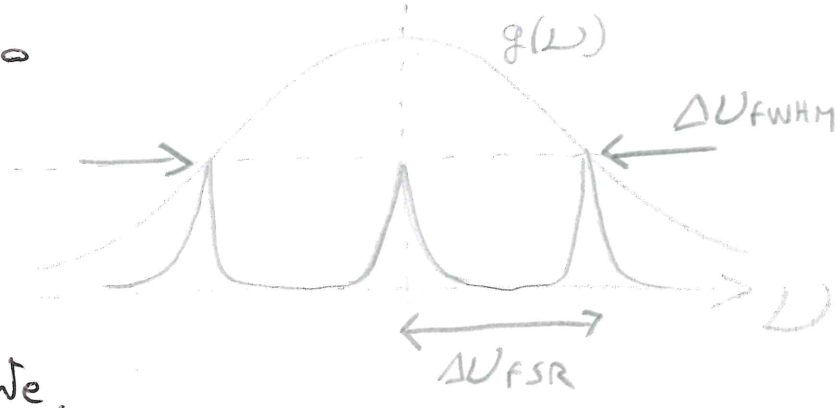


Condizione di risonanza:

$$L = \frac{m\lambda_m}{2} = m\frac{c}{2\nu_m} \rightarrow \nu_m = m\frac{c}{2L}$$

$$\rightarrow \Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L}$$

Il testo dell'esercizio specifica che il modo oscillante dovrà essere al centro della riga di guadagno



→ È sufficiente richiedere

$$\Delta\nu_{FSR} > \frac{\Delta\nu_{FWHM}}{2}$$

per avere un solo modo oscillante.

$$\frac{c}{2L} > \frac{\Delta\nu_{FWHM}}{2}$$

$$\rightarrow L < \frac{c}{\Delta\nu_{FWHM}}$$

$$\boxed{L < 19\ cm}$$

$$g_{TH} = \alpha_s + \frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right) < 0.3\,m^{-1}$$

$$L > \frac{1}{2(0.3\,m^{-1} - \alpha_s)} \cdot \ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right)$$

$$\boxed{L > 8.2\ cm}$$

Si sceglie ad esempio $\boxed{L = 15\,cm}$

$$\overset{15\,cm}{\overset{\parallel}{L}} = m \frac{\overset{632.8\,nm}{\overset{\parallel}{\lambda}}}{2} \quad \rightarrow \quad m = 474083.4$$

$\Rightarrow$ L'unico modo oscillante è il numero $\boxed{m = 474083}$

nota 1:

A questo punto la lunghezza della cavità dovrà essere opportunamente regolata, mediante tecniche di stabilizzazione attiva, per mantenere tale modo al centro della riga di guadagno.

nota 2:

Una stima più conservativa per quanto riguarda L_{MAX} è:

$$\Delta\nu_{FSR} > \Delta\nu_{FWHM}$$

$$L < \frac{c}{2\Delta\nu_{FWHM}}$$

$$L < 9.6\,cm$$

$$\Rightarrow \quad 8.2\,cm < L < 9.6\,cm$$

condizione su g_{TH}

La condizione $\Delta\nu_{FSR} > \Delta\nu_{FWHM}$ è valida anche quando il modo oscillante non si trova al centro della riga di guadagno.

c) ΔT_{MAX}

$$L = m \frac{\lambda_m}{2}$$

$$\lambda_m = \frac{2L}{m}$$

$$d\lambda_m = \frac{2}{m} \frac{\lambda_m}{\lambda_m} dL$$

$$\frac{d\lambda_m}{\lambda_m} = \frac{dL}{L}$$

→ Una variazione della lunghezza della cavità determina uno spostamento del modo longitudinale oscillante → MODE SWEEPING

In questo caso il mode sweeping è dovuto alla dilatazione termica del quarzo.

$$\begin{cases} \Delta\lambda_0 = \lambda_0 \dfrac{\Delta L}{L} \\ \alpha = \dfrac{1}{L} \dfrac{\Delta L}{\Delta T} \end{cases} \rightarrow \quad \Delta\lambda_0 = \lambda_0 \alpha \Delta T$$

Si richiede $\quad \Delta\lambda_0 \leq \dfrac{\Delta\lambda_{FWHM}}{10}$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{\lambda^2}{c} \Delta\nu_{FWHM} = 2\,pm$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta T_{MAX} = \frac{\Delta\lambda_{FWHM}}{10\,\alpha\,\lambda_0} \simeq 0.5\,°C}$$

ES 2

LED InGaN

$E_g = 2.66\ eV$

$T = 300\ K$

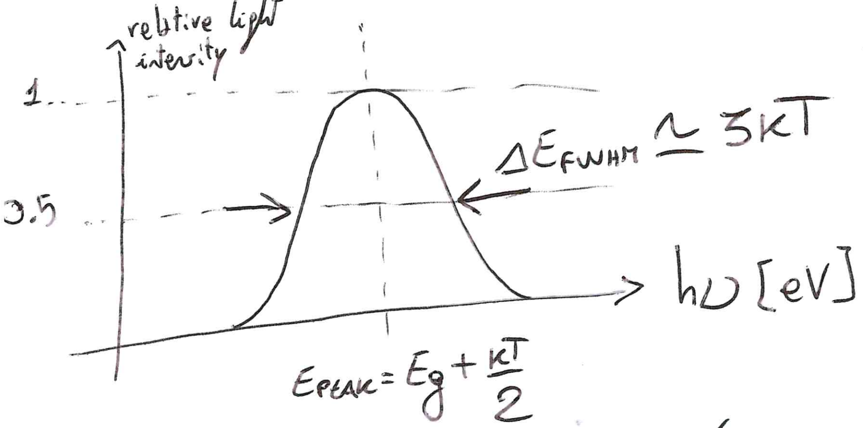
$\eta_{PCE} = 13.79\%$

$\eta_{EE} = 20\%$

$V_F = 2.9V$

---

a) Determinare λ_0 e $\Delta\lambda_{FWHM}$, e discuterne la dipendenza da T



$$E_{PEAK} = E_g + \frac{kT}{2} = 2.673\ eV$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E_{PEAK}} = \frac{1.24\ [eV \cdot \mu m]}{2.673\ [eV]} = 464\ nm$$

$$\boxed{\lambda_0 = 464\ nm}$$

$$\Delta E_{PEAK} = \Delta E_{FWHM} = 3kT = 77.4\ meV$$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{hc}{E_{PEAK}^2}\,\Delta E_{FWHM} = 13.5\ nm$$

$$\boxed{\Delta\lambda_{FWHM} = 13.5\ nm}$$

Dipendenza da T:

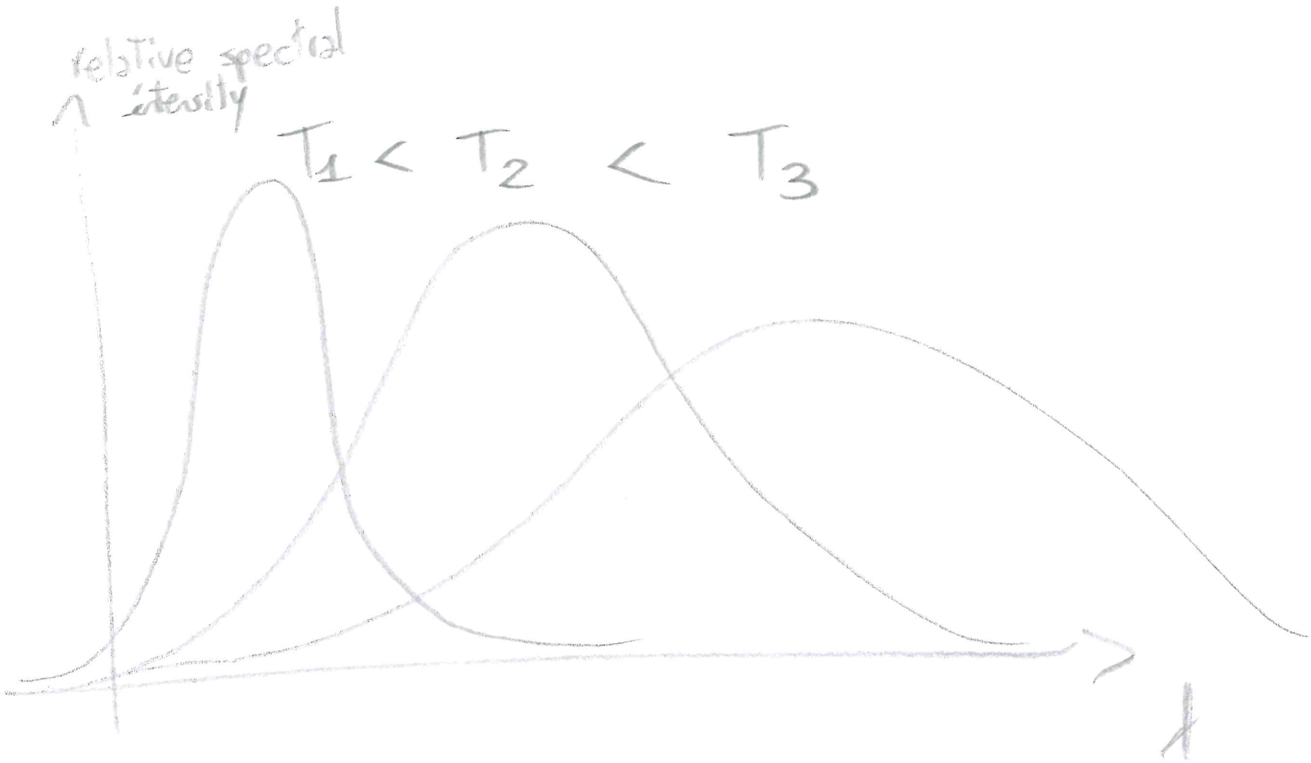
$$\frac{\partial E_p}{\partial T} = \underbrace{\frac{\partial E_G}{\partial T}}_{\substack{<0 \\ \text{dominante}}} + \underbrace{\frac{k}{2}}_{\substack{>0 \\ \text{trascurabile}}} \implies E_{PEAK} \downarrow \text{ se } T \uparrow$$

$$\implies \boxed{\lambda_0 \uparrow \text{ se } T \uparrow}$$

$$\Delta E_{FWHM} = 3kT \propto T$$

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{\lambda_0^2}{hc} \Delta E$$

$$\implies \boxed{\Delta\lambda_{FWHM} \uparrow \text{ se } T \uparrow}$$



b) Calcolare η_{EQE}, η_{IQE}, R_r / R_{nr}

È nota $\eta_{PCE} = \frac{P_o}{I_F V_F} = 13.79\%$

$$\rightarrow \eta_{EQE} \triangleq \frac{P_o / h\nu}{I/q} \underset{\uparrow}{=} \eta_{PCE} \frac{qV}{h\nu} = 0.1379 \cdot \frac{2.9\,eV}{2.673\,eV}$$

$P_o = \eta_{PCE} I_F V_F$

$$\boxed{\eta_{EQE} \cong 15\%}$$

Calcolare $\eta_{IQE} \triangleq \frac{P_{o,INT} / h\nu}{I/q}$, nota $\eta_{EE} \triangleq \frac{P_o}{P_{o,INT}} = 20\%$

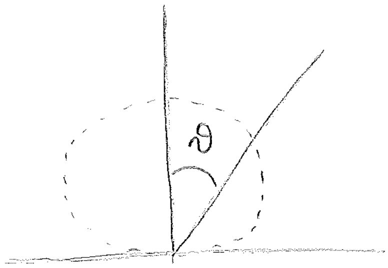
$$\rightarrow \eta_{IQE} = \frac{P_o / h\nu}{\eta_{EE} \cdot I/q} \qquad \eta_{EQE} \qquad \rightarrow \eta_{EE} = \frac{\eta_{EQE}}{\eta_{IQE}}$$

$$\boxed{\eta_{IQE} = \frac{\eta_{EQE}}{\eta_{EE}} = 75\%}$$

$$\eta_{IQE} = \frac{R_r}{R_r + R_{nr}} = \frac{1}{1 + \frac{R_{nr}}{R_r}}$$

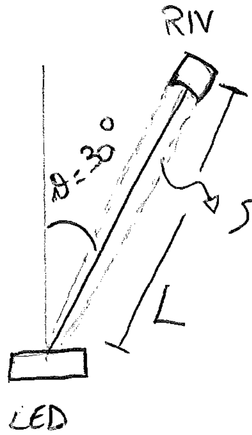
$$\rightarrow \boxed{\frac{R_r}{R_{nr}} = \frac{\eta_{IQE}}{1 - \eta_{IQE}} = 3}$$

c) $\frac{\#\text{fotoni}}{\text{tempo}}$ incidenti sul rivelatore



sorgente lambertiana: $\begin{cases} I(\vartheta) = I_0 \cos\vartheta \\ I_0 = \frac{P_0}{\pi} \end{cases}$

I: intensità radiante $\left[\frac{W}{sr}\right]$



$\Omega_{riv} = \frac{S_{riv}}{L^2}$

$$I_0 = \frac{P_0}{\pi} = 1.27\ \frac{mW}{sr}$$

Intensità radiante in direzione del rivelatore:

$$I_{riv} = I_0 \cdot \cos(30°) \cong 1.1\ \frac{mW}{sr}$$

Potenza ottica incidente sul rivelatore:

$$P_{riv} = I_{riv} \cdot \Omega_{riv}\ ; \quad \Omega_{riv} = \frac{\pi r^2}{L^2} = 3.142\ \mu sr$$

$$P_{riv} = 3.46\ nW$$

$$\rightarrow \boxed{\phi_{ph} = \frac{\#\text{fotoni}}{\text{tempo}} = \frac{P_{riv}}{h\nu} = 8.1 \times 10^9\ \frac{\text{fotoni}}{s}}$$

ES3

Si - pin

$A = 1mm \times 1mm$

AR coating

$x_{p^+} = 100\ nm$

$N_D = 5 \times 10^{13}\ cm^{-3}$

$W = 25\ \mu m$

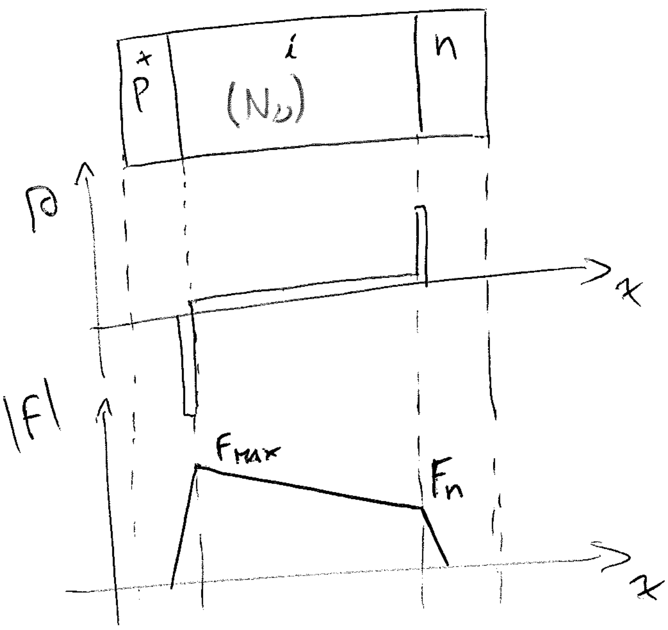
$\lambda_0 = 800\ nm$

$\alpha = 10^{3}\ cm^{-1}$

---

a) Determinare F_{MAX} e V_{REV}

Per minimizzare il tempo di transito dei portatori si deve porre che $F \geq F_{SAT}$ in tutta la regione intrinseca



$\rightarrow$ Si deve porre $F_n \geq F_{SAT} = 20 \frac{kV}{cm}$

$$\Rightarrow F_{MAX} = F_{SAT} + q\frac{N_D}{\varepsilon} W = 20\frac{kV}{cm} + 20\frac{kV}{cm} = 40\frac{kV}{cm}$$

$$(\underbrace{V_{REV} + V_{BI}}_{\sim 1V}) = \frac{F_n + F_{MAX}}{2} W = 75V$$

$$\rightarrow \boxed{V_{REV} = 74V}$$

b) J_{DARK} nota D^*

$$D^* \triangleq \frac{\sqrt{A}}{NEP} = 10^{12}\ \frac{cm\sqrt{Hz}}{W}$$

$$NEP \triangleq \frac{P_{o\,min}}{\sqrt{BW}} \quad ; \quad P_{o,min} = \frac{I_{PH,min}}{\mathcal{R}} = \frac{\sqrt{2q(I_{PH,min}+I_d)BW}}{\mathcal{R}}$$

Si assume $2q I_{PH,min} << 2q I_d$

$$\Rightarrow D^* = \frac{\sqrt{A}\ \sqrt{BW}\ \mathcal{R}}{\sqrt{2q\,I_d\,BW}} = \frac{\mathcal{R}}{\sqrt{2q J_d}}$$

$I_d = J_d A$

Si deve calcolare la responsività $\mathcal{R}$:

$$\mathcal{R} = \eta\frac{q\lambda}{hc} \qquad (\lambda = 800nm)$$

L'efficienza quantica risulta $\eta = e^{-\alpha x_p}\left(1 - e^{-\alpha W}\right)$; $\alpha(\lambda = 800nm) = 10^3 cm^{-1}$

$\to \eta = 0.909$

$\to \mathcal{R} = 0.59\ \frac{A}{W}$

$$\Rightarrow \sqrt{2qJ_d} = \frac{\mathcal{R}}{D^*}$$

$$\boxed{J_d = \frac{1}{2q}\left(\frac{\mathcal{R}}{D^*}\right)^2 = 10.9\ \frac{mA}{m^2} = 1.09\ \frac{\mu A}{cm^2}}$$

C) Si consideri un circuito di lettura: $\begin{cases} R_L = 20\ k\Omega \\ \text{preamp ideale} \\ BW = 5\,MHz \end{cases}$

Si confronti SNR_{pin} con SNR_{APD} al variare della potenza ottica incidente

APD: $\begin{cases} M = 50 \\ F = 5 \\ I_{d,0} = I_{d\,pin} = I_d = J_d \cdot A = 10.9\ nA \end{cases}$

<u>pin</u>: $I_{ph,pin} = I_{ph} = \mathcal{R} P_0$

$$SNR_{pin} = \frac{I_{ph}^2}{\left[2q\left(I_{ph}+I_d\right) + \frac{4kT}{R_L}\right]BW} = \frac{\left(\mathcal{R}P_0\right)^2}{\left[2q\left(\mathcal{R}P_0 + I_d\right) + \frac{4kT}{R_L}\right]BW} \qquad (1)$$

<u>APD</u>:

$I_{ph,0,APD} = \mathcal{R}P_0 = I_{ph}$ [assumendo $\mathcal{R}_{pin} = \mathcal{R}_{APD}$]

$$SNR_{APD} = \frac{M^2 I_{ph}^2}{\left[2q\left(I_{ph}+I_d\right)M^2 F + \frac{4kT}{R_L}\right]BW} = \frac{\left(\mathcal{R}P_0\right)^2}{\left[2q\left(\mathcal{R}P_0+I_d\right)F + \frac{4kT}{R_L M^2}\right]BW} \qquad (2)$$

Pongo $SNR_{pin} = SNR_{APD}$ e trovo la condizione di "crossover"

$\rightarrow$ eguaglio i denominatori di (1) e (2)

$$2q\left(\mathcal{R}P_0^* + I_d\right) + \frac{4kT}{R_L} = 2q\left(\mathcal{R}P_0^* + I_d\right)F + \frac{4kT}{R_L M^2}$$

$$\rightarrow \; 2q\left(\mathcal{R}P_o^* + I_d\right)\left[F-1\right] = \frac{4kT}{R_L}\left(1-\frac{1}{M^2}\right)$$

$$\mathcal{R}P_o^* = -I_d + \frac{1}{2q(F-1)}\cdot\frac{4kT}{R_L}\left(1-\frac{1}{M^2}\right) = 636\ nA$$

$$P_o^* = \frac{1}{\mathcal{R}}\left[-I_d + \frac{1}{2q(F-1)}\cdot\frac{4kT}{R_L}\left(1-\frac{1}{M^2}\right)\right] = 1.1\ \mu W$$

Se $P_o = P_o^* \Rightarrow SNR_{pin} = SNR_{APD} = 7.8\times10^4 = 48.93\,dB$

- Per valori bassi di P_o, nel caso del pin, domina il rumore termico della resistenza di carico R_L.
Risulta vantaggioso adottare un APD: il meccanismo di amplificazione interna migliora il rapporto segnale-rumore rispetto al caso del pin.

- Per valori elevati di P_o domina il rumore shot della fotocorrente $\rightarrow \; 2qI_{ph} = 2q\mathcal{R}P_o$
In termini di SNR il diodo APD è svantaggioso a causa dell'eccesso di rumore dovuto al meccanismo di valanga.

$P_o < P_o^* \rightarrow SNR_{APD} > SNR_{pin}$

$P_o > P_o^* \rightarrow SNR_{APD} < SNR_{pin}$

nota:

Per $P_o > P_o^*$ domina il rumore shot della fotocorrente

$$\Rightarrow \quad SNR_{pin} \sim \frac{(\Re P_o)^2}{2q\Re P_o BW} = \frac{\Re P_o}{2qBW}$$

$$SNR_{APD} \sim \frac{(\Re P_o)^2}{2q\Re P_o F BW} = \frac{1}{F} \cdot \frac{\Re P_o}{2qBW} = \frac{SNR_{pin}}{F}$$