ES 1

DATI

Nd : YAG

$n_{YAG} = 1.82$

$\lambda_0 = 1064\ nm$

$L = 4\ cm$

$d = 5\ mm$

$R_1 = 99.9\%$

$R_2 = 98\%$

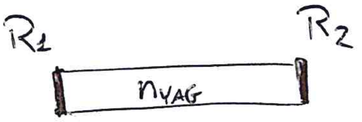
$\gamma_s = 0.05\ m^{-1}$

$\Delta\nu_{FWHM} = 120\ GHz$

---

a) Determinare m corrispondente a λ_0 e il numero di modi oscillanti M

rappresentazione schematica della cavità:



condizione di risonanza: $L = m \dfrac{\lambda}{2 n_{YAG}}$

$$\Rightarrow \boxed{m = \frac{2 L n_{YAG}}{\lambda_0} = 136842}$$

Per calcolare il numero di modi M che cadono sotto la riga di guadagno, si deve calcolare la distanza spettrale tra due modi di cavità: il full spectral range $\Delta\nu_{FSR}$

$$L = m \frac{c}{2 n_{YAG} \nu} \rightarrow \nu = m \frac{c}{2L\ n_{YAG}} \rightarrow \Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2L\ n_{YAG}}$$

Il numero di modi risulta quindi:

$$M = \frac{\Delta\nu_{FWHM}}{\Delta\nu_{FSR}} = \frac{120\,GHz}{2.06\,GHz} = 58.25 \rightarrow \boxed{58 \text{ modi}}$$

---

b) Calcolare α_T e τ_{PH}

Le perdite totali:

$$\boxed{\alpha_T = \alpha_s + \frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right) = 0.315\,m^{-1}}$$

tempo di vita dei fotoni in cavità:

$$\boxed{\tau_{PH} = \frac{n_{YAG}}{c\,\alpha_T} \cong 19\ ns}$$

---

c) Nota la potenza d'uscita $P_o = 50\ mW$, calcolare N_{PH}

In regime stazionario:

specchio d'uscita

$$P_o = \underbrace{\Phi_{\rightarrow}}_{\frac{\#fotoni}{area \cdot tempo}} \cdot A_{area} \cdot h\nu\,(1-R_2) = \frac{1}{2} N_{PH} \frac{c}{n_{YAG}} \cdot Area \cdot h\nu\,(1-R_2)$$

$Area = \pi d^2/4$

$$N_{PH} = \frac{2P_o}{\frac{c}{n_{YAG}} \cdot h\nu \cdot Area \cdot (1-R_2)} = \frac{2P_o}{\frac{c}{n_{YAG}} \cdot h\nu \cdot \pi\frac{d^2}{4} \cdot (1-R_2)} =$$

$$N_{PH} = 8.27 \times 10^{15}\ m^{-3} = 8.27 \times 10^{9}\ cm^{-3}$$

ES 2

DATI

$\lambda_0 = 1310\ nm$

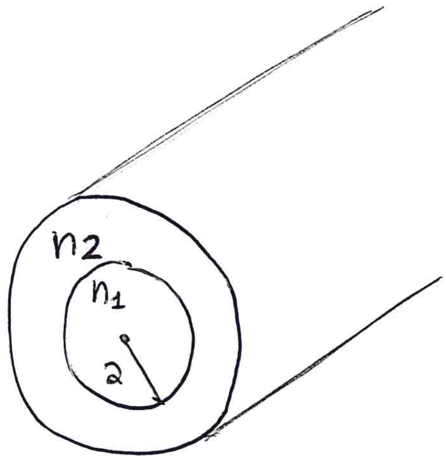
$a = 25\ \mu m$

$n_1 = 1,468$

$\Delta = 1.43\%$

$a_F = 1.6\ \frac{dB}{km}$

$D_{ch} = -11\ \frac{ps}{nm\ km}$



$P_{LED} = 10\ mW$

$\Delta\lambda_{FWHM} = 107\ nm$

$a_{LED} = 12\ dB$

$P_{riv}|_{min} = 30\ nW$

$a_{DET} = 2\ dB$

---

a) Verificare che la fibra è multimodale e calcolare il numero di modi

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

$$\rightarrow n_2 = n_1(1-\Delta) = 1.447$$

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 29.667 > 2.405 \Rightarrow \text{fibra multimodale}$$

$$M \simeq \frac{V^2}{2} = 440 \text{ modi}$$

b) Dispersione totale per unità di lunghezza

dispersione intermodale:

$$\frac{\Delta\tau_{INTER}}{L} = \frac{n_1 - n_2}{c} = 70 \frac{ps}{m} = 70 \frac{ns}{km}$$

dispersione cromatica:

$$\frac{\Delta\tau_{ch}}{L} = |D_{ch}| \, \Delta\lambda_{FWHM}$$ dove $\Delta\lambda_{FWHM} = 107\,nm$ è la larghezza a metà altezza dello spettro d'uscita della sorgente LED

$$\frac{\Delta\tau_{ch}}{L} = 11 \frac{ps}{nm\,km} \cdot 107\,nm = 1.18 \frac{ns}{km}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta\tau_{TOT}}{L} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\tau_{ch}}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\tau_{INTER}}{L}\right)^2} \simeq \frac{\Delta\tau_{INTER}}{L} = 70 \frac{ns}{km}$$

c) Determinare la massima lunghezza della fibra e il massimo bit rate

Per calcolare L_{max} si ~~pone~~ impone la condizione di power budget

$$P_{LED}\big|_{dBm} - a_{LED} - a_F \cdot L - a_{DET} \geq P_{riv}\big|_{dBm}$$

$$10\,dBm - 12\,dB - 1.6 \frac{dB}{km} \cdot L - 2\,dB \geq -45.23\,dBm$$

$$10\,dBm - (-45\,dBm) - 12\,dB - 2\,dB \geq 1.6 \frac{dB}{km} L$$

$$55.23\,dB - 14\,dB \geq 1.6 \frac{dB}{km} L$$

$$\boxed{L \leq 25.77\,km}$$

$$\Delta\tau_{TOT} = 1.8\,\mu s \rightarrow \boxed{B_{RTZ} = \frac{1}{2\Delta\tau_{TOT}} \simeq 277\,kHz}$$

ES 3

Si APD

$W_p = 2\,\mu m$

$R_L = 10\,k\Omega$

$S_{i,a} = \left(100\ \frac{fA}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

$BW = 10\ MHz$

$F = M^{0.5}$

$I_{d,0} = 5\,nA$

$I_{ph,0} = 2\,nA$

---

a) Determinare α_e assumendo $M = 100$ e $k = 0$

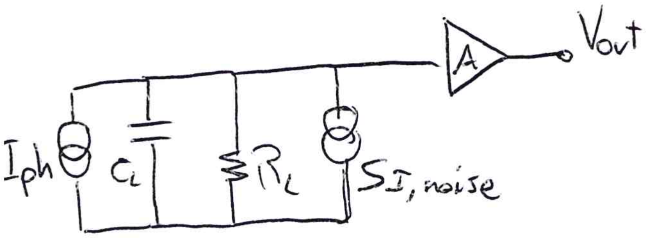
$$M = e^{\alpha_e W_p}$$

$$\alpha_e = \frac{1}{W_p} \ln(M) = 2.3 \times 10^6\ m^{-1}$$

---

b) Calcolare SNR [dB] per 1) $M = 1$
2) $M = 100$

circuito equivalente per piccolo segnale



$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{M^2 I_{ph,0}^2}{\left[2q(I_{ph,0} + I_{d,0})M^2 F + \frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}\right] BW}$$

F: M^x; $x = 0.5$

$\boxed{M=1}$

contributi di rumore:

rumore shot: $2q\left(I_{ph,0}+I_{d,0}\right)M^{2+x} = 2q\left(I_{ph,0}+I_{d,0}\right) = \left(4.73\times10^{-14}\frac{A}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

rumore termico: $\frac{4kT}{R_L} = \left(1.29\ \frac{pA}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

rumore dell'amplificatore: $S_{i,a} = \left(100\frac{fA}{\sqrt{Hz}}\right)^2$

$\rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)^2 \simeq \frac{I_{ph,0}^2}{\frac{4kT}{R_L}BW} = 0.2415 \rightarrow SNR_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{S}{N}\right)^2$

$\boxed{SNR_{dB} = -6.17\ dB}$

$\boxed{M=100}$

rumore shot: $2q\left(I_{ph,0}+I_{d,0}\right)M^2\cdot M^x = \left(14.97\ \frac{pA}{\sqrt{Hz}}\right)^2 \gg \left(S_{i_{R_L}}+S_{i_a}\right)$

$\rightarrow \left(\frac{S}{N}\right)^2 \simeq \frac{M^2 I_{ph,0}^2}{2q\left(I_{ph,0}+I_{d,0}\right)M^2 M^x} = 17.85$

$\boxed{SNR_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{S}{N}\right)^2 = 12.52\ dB}$

c)

Per $\boxed{M \sim 1}$ $\left[2q\left(I_{ph,o} + I_{d,o}\right)M^2F + S_{i,a}\right] \ll \frac{4kT}{R_L}$

→ domina il rumore termico:

→ $\left(\frac{S}{N}\right)^2 \simeq \frac{M^2 I_{ph,o}^2}{\frac{4kT}{R_L} BW} \propto M^2$ $\left(\frac{S}{N} \text{ cresce all'aumentare di } M\right)$

→ SNR_{dB} aumenta con pendenza $+20 \frac{dB}{decade}$

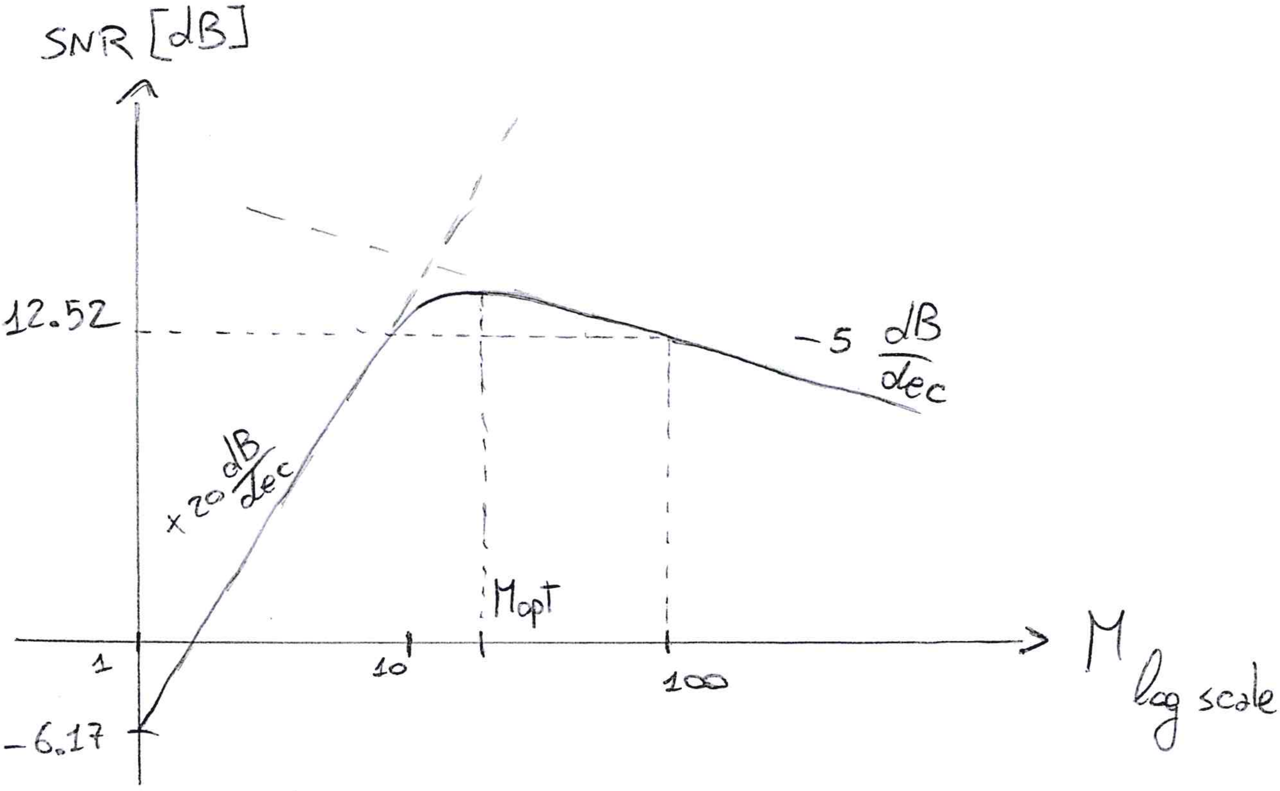
Per $\boxed{M \sim 100}$ risulta $2q\left(I_{ph,o} + I_{d,o}\right)M^2F \gg \frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}$

→ domina il rumore shot del rivelatore

→ $\left(\frac{S}{N}\right)^2 \simeq \frac{\cancel{M^2} I_{ph,o}^2}{2q\left(I_{ph,o} + I_{d,o}\right)\cancel{M^2} \cdot M^x} \propto M^{-x}$ $\left(\frac{S}{N} \text{ decresce all'aumentare di } M\right)$

→ SNR_{dB} decresce con pendenza $-10 \cdot x \frac{dB}{decade} \overset{x=0,5}{=} -5 \frac{dB}{decade}$

⇒ Esiste un guadagno ottimo $1 < M_{opt} < 100$ che massimizza il rapporto segnale-rumore.



La ragione alla base della decrescita del SNR ad alti M è l'eccesso di rumore causato dal fenomeno di moltiplicazione a valanga $\left(\left(\frac{S}{N}\right)^2 \propto F^{-1} = \frac{1}{\sqrt{M}} \; ; \text{ con } F = M^x \text{ e } x = 0{,}5 \right)$

Il valore ottimo del guadagno può essere calcolato ponendo $\frac{d}{dM}\left(\frac{S}{N}\right) = 0$

Risulta

$$M_{opt} = \left[\frac{\frac{4kT}{R_L} + S_{i,a}}{q\left[I_{ph,0} + I_{d,0}\right] x} \right]^{\frac{1}{2+x}} = 24.51$$