

ES 1

Reticolo cristallino monodimensionale con $N = 8$ atomi

$$K_{\min} = 2.38 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$$

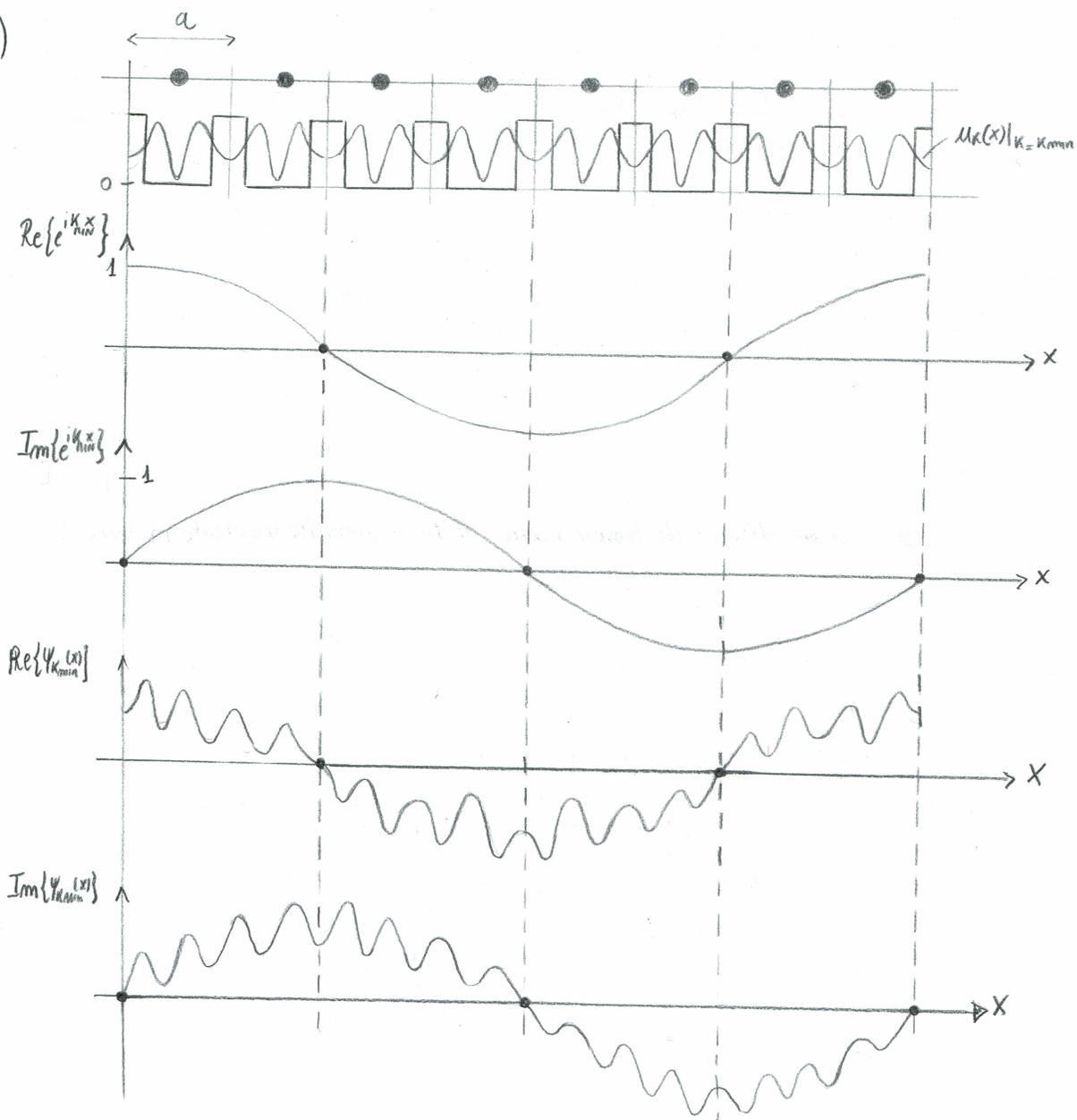
i) a

ii) Disegnare $\text{Re}\{\psi_{K_{\min}}(x)\}$ o $\text{Im}\{\psi_{K_{\min}}(x)\}$ note $\mu_K(x)$

i) $K = \pm \frac{2\pi m}{Na}$ con $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$

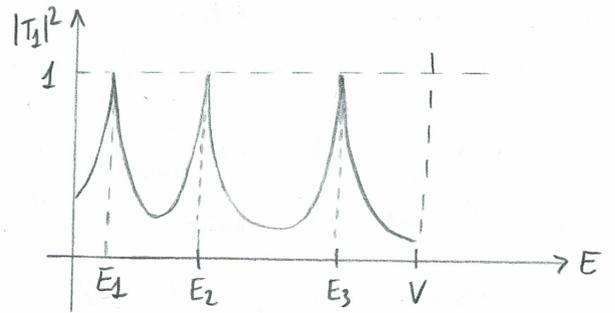
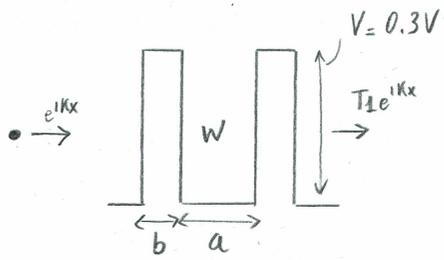
$$K_{\min} = K_1 = \frac{2\pi}{8a} = \frac{\pi}{4a} = 2.38 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1} \rightarrow a = \frac{\pi}{4K_{\min}} = 3.3 \text{ \AA}$$

ii)



ES2

i)

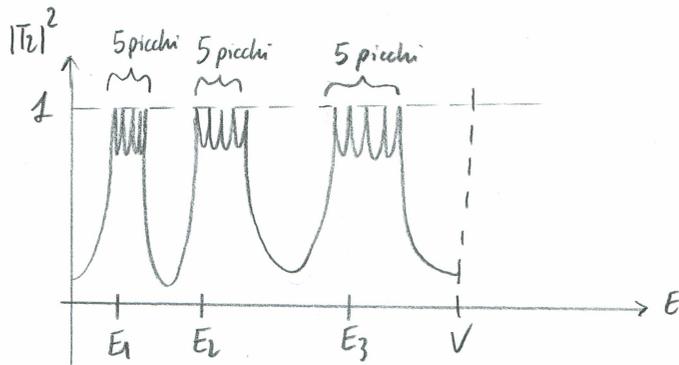
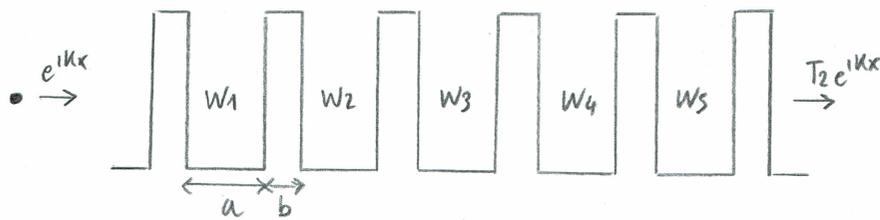


Approssimazione buca parati infinita : $E_n = \frac{\hbar^2}{8ma^2} n^2$

$E < V$:

- $E_1 = 23,5 \text{ meV}$
- $E_2 = 94 \text{ meV}$
- $E_3 = 211,8 \text{ meV}$

ii)



ES 3

i)

Prima banda completamente popolata

Seconda banda popolata per metà $\rightarrow E_F$ attraversa la seconda banda \rightarrow il materiale è un metallo

N atomi $\rightarrow N$ celle ed $\rightarrow N$ stati k /banda
Max $2e^-$ /stato k (principio esclus. Pauli) } $2N e^-$ /banda

In questo caso abbiamo $(2N+N) = 3N$ elettroni $\rightarrow \frac{3N e^-}{N \text{ at}} = 3 e^-/\text{atomo}$

ii) $V_1 = 0.45 \text{ V}$

$$E_1^+ = 1.342 \text{ eV}$$

Dalla teoria del weak binding $\langle E_1 \rangle_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 = E_1^+ - V_1 = 0.892 \text{ eV}$

$$\hookrightarrow a = \sqrt{\frac{\hbar^2 \pi^2}{2m(E_1^+ - V_1)}} = 6.5 \text{ \AA}$$

ES4

Solido monodimensionale

$$E(k) = E_{et} - 2\beta \cos(ka)$$

$$a = 0.5 \text{ nm}$$

$$E_{et} = 1.5 \text{ eV}$$

$$F = -5 \text{ kV/cm}$$

$$\tau_m = 10^{-13} \text{ s}$$

i) Calcolare β t.c. $v_{\infty} = 10^6 \text{ cm/s}$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{qF}{\hbar} - \frac{k}{\tau_m} \rightarrow K_{\infty} = \frac{qF\tau_m}{\hbar} = 7.6 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$v(k) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE(k)}{dk} = \frac{2e\beta}{\hbar} \sin(ka) \rightarrow v_{\infty} = 10^6 \text{ cm/s} = \frac{2e\beta}{\hbar} \sin(K_{\infty}a) \rightarrow \beta \sim 0.174 \text{ eV}$$

ii) τ_m t.c. $v = v_{\text{max}}$

$$v_{\text{max}} \Leftrightarrow k = \frac{\pi}{2a} \rightarrow \frac{qF\tau_m}{\hbar} = \frac{\pi}{2a} \rightarrow \tau_m = \frac{\hbar a}{2qFa} \sim 4.1 \text{ ps}$$

ES 5

Metallo 3D monovalente ($1e/at$)

$$m^* = m_0$$

$$a = 6,141 \text{ \AA}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$E_F = 1.54 \text{ eV}$$

i) tipo di strutture cubiche del metallo

$$N = \int_0^{+\infty} g_{3D}(E) \cdot f_{FD}(E) dE \sim \int_0^{E_F} g_{3D}(E) dE \rightarrow N = \frac{(2m^*)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} E_F^{3/2} = 8,635 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

resta valida

l'approx di $f_{FD}(0K)$

in quanto $T_F = \frac{E_F}{k} \gg 300 \text{ K}$

$$\text{Metallo monovalente} \rightarrow N = \rho_{at} = \frac{N_{at} \text{ celle elementare}}{a^3} \rightarrow N_{at} / \text{celle elem} = \rho_{at} a^3 = 2 \rightarrow \text{struttura BCC}$$

ES 6

Semiconduttore intrinseco

$$N_c = 4 N_v = 4 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$m_i = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

i) E_g

ii) E_i

iii) $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3} \rightarrow E_F - E_i$

i) $m_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \rightarrow E_g = -2kT \ln\left(\frac{m_i}{\sqrt{N_c N_v}}\right) = 0,87 \text{ eV}$

ii) $E_i = \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \log\left(\frac{N_v}{N_c}\right) = 0,417 \text{ eV}$

iii) $n = N_D \rightarrow N_D = m_i e^{-\frac{E_i - E_F}{kT}} \rightarrow E_F - E_i = kT \log\left(\frac{N_D}{m_i}\right) \approx 0,3 \text{ eV}$

Semiconduttore in GeP drogato n

$T = 300 K$

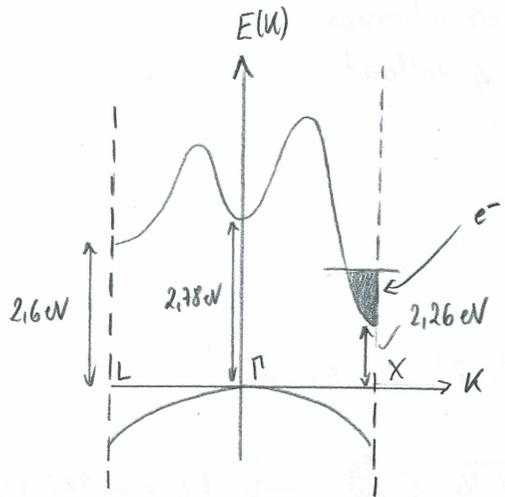
$m_{e,x}^* = 1.12 m_0$

$m_{e,x}^* = 0.22 m_0$

$m_p^* = 0.09 m_0$

$m_{e,L}^* = 1.2 m_0$

$m_{e,L}^* = 0.15 m_0$



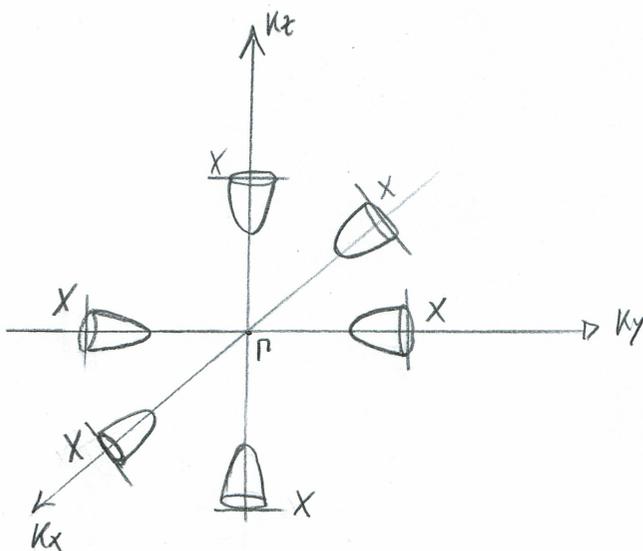
i) Disegnare le superfi di Fermi a temperature ambiente

ii) $m_{dos,n}^*$

i) - Dalle bande in figura si osserva che il minimo assoluto \bar{e} è situato esattamente nel pto X dello speno reciproco \rightarrow solo la metà di ciascuna superficie sarà contenuta all'interno delle prime zone di Brillouin (1²B);

- Poiché il minimo si trova osservando le bande nelle direzioni $\Gamma-X$, dove Γ è il centro delle 1²B mentre X è il centro di ciascuna delle 6 facce quadrate delle 1²B a forma di ottaedro troncato \rightarrow 6 superfici di Fermi lungo le direzioni K_x, K_y, K_z a forma di ellenoide ($m_{e,x}^* > m_{e,x}^*$);

- $T = 300 K \rightarrow$ l'energia termica stimata attorno a $3kT$ è insufficiente per il popolamento degli altri minimi (probabilità di occupazione degli altri minimi è proporz. a $e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$, con $\Delta E =$ salto in energia tra il minimo in X e quello in $\Gamma/L \rightarrow$ sostituireb i valori numerici otterremmo valori molto bassi)



ii) - Poiché X è il centro di ciascuna delle 6 facce quadrate delle 1²B e quindi coincide con il bordo, i 6 minimi vanno pesati per $\frac{1}{2}$ (solo la metà di ciascuna di cui è contenute all'interno delle 1²B)

\hookrightarrow degenerazione di minimi $g = \frac{6}{2} = 3$

$m_{dos,n}^* = g^{2/3} \cdot m_e^*^{1/3} \cdot m_x^*^{2/3} = 0.79 m_0$

ES8

Semiconduttore in Silicio drogato n

i) Calcolare N_D t.c. $n = 1.05 N_D$ a $T = 550 K$

$n = 1.05 N_D$ a $T = 550 K \rightarrow n_i$ è confrontabile con $N_D \rightarrow$ ci troviamo tra regime esteso e regime intrinseco

$$n_i(550K) = n_i(300K) \left(\frac{550}{300}\right)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} = 6,74 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

Neutralità di carica $\rightarrow N_D^+ - N_A^- + p - n = 0 \rightarrow N_D + \frac{n_i^2}{n} - n = 0 \rightarrow n = \frac{N_D}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2(550K)}$

$$\rightarrow n = 1,05 N_D = \frac{N_D}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D}{2}\right)^2 + n_i^2(550K)} \rightarrow N_D \sim 3 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

ES 9

Esperimento effetto Hall su una barretta in Ge

$T = 300 \text{ K}$

$\hbar\omega_0 = 37 \text{ meV}$ (energia fonone ottico)

$F_{SAT} = 30 \text{ kV/cm}$

$m_c^* = 1,64 m_0$

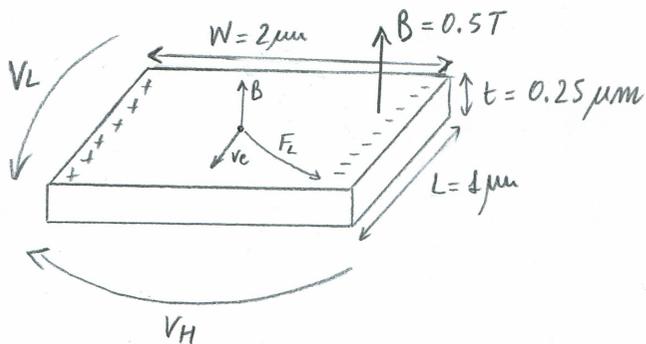
$m_v^* = 0,082 m_0$

i) tipologia drogaggio delle barrette

ii) $V_{H,max}$

iii) τ_m

i) Versi di V_L e V_H sono coerenti con un drogaggio di tipo n \rightarrow elettroni portatori maggioritari



ii) $\hbar\omega_0 = 37 \text{ meV}$

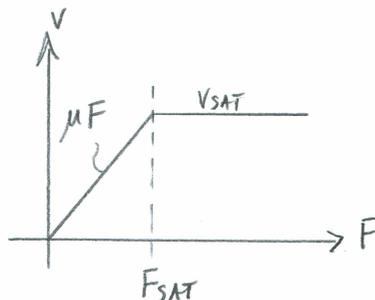
$$v_{SAT} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2m_c^*}} = 1.65 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow m_c^* = \frac{3}{\frac{1}{m_c^*} + \frac{2}{m_v^*}} = 0,12 m_0$$

All'equilibrio: $q v B = q \frac{V_H}{W} \rightarrow V_{H,max} \Leftrightarrow v = v_{SAT} \Rightarrow V_{H,max} = W v_{SAT} B = 165 \text{ mV}$

iii) $\mu = \frac{v_{SAT}}{F_{SAT}} = 550 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$

$$\rightarrow \tau_m = \frac{m_c^* \cdot \mu}{q} = 3,75 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$



ES 10

Semiconduttore in Silicio

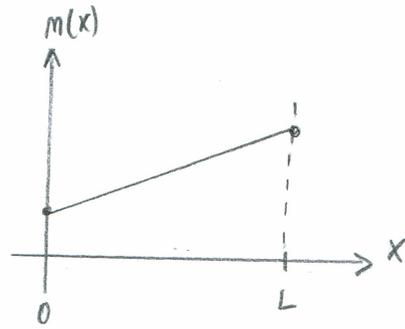
$$T = 300 \text{ K}$$

$$n(L) = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$J_{n, \text{diff}} = 0,19 \text{ A/cm}^2$$

$$D_n = 25 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

i) $\rho_m(0)$



$$J_{n, \text{diff}} = q D_n \frac{dn}{dx} = q D_n \frac{n(L) - n(0)}{L} \Rightarrow n(0) = n(L) - \frac{J_{n, \text{diff}} \cdot L}{q D_n} = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$D_n = \mu_n \frac{kT}{q} \Rightarrow \mu_n = \frac{q D_n}{kT} \sim 970 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

$$\rho_m(0) = \frac{1}{q \mu_n n(0)} \sim 260 \Omega \cdot \text{cm}$$