1. Si consideri la struttura cristallina 2D in Fig. 1. Si tratta di un reticolo di Bravais? In caso affermativo, si fornisca una coppia di vettori primitivi e una cella unitaria primitiva. Sapendo che la densità atomica vale $\rho_s = 7.22 \times 10^{14}$ cm^{-2}, si calcoli la distanza tra primi vicini.

2. Si consideri una cavità all'equilibrio a temperatura ambiente. Sapendo che la lunghezza d'onda λ_1 corrisponde al massimo di radianza, calcolare il numero medio di fotoni per modo di vibrazione a λ_1 secondo la statistica di Bose-Einstein. Calcolare la lunghezza d'onda λ_2 per cui l'occupazione è 1000 volte maggiore. La lunghezza d'onda λ_2 è maggiore o minore di λ_1? E la corrispondente radianza? Perché?

3. Nell'esperimento di Fig. 2, un fascio luminoso monocromatico con lunghezza d'onda λ = 220 nm incide su un catodo metallico in cromo (funzione lavoro W = 4.5 eV). Valutare la tensione di stop e la velocità con cui gli elettroni fotoemessi raggiungono l'anodo quando V_A vale 3 V.

4. In un esperimento di diffrazione da elettroni, un fascio di elettroni accelerato da una differenza di potenziale V_A = 12 V incide su un reticolo cristallino cubico semplice con passo reticolare a = 0.4 nm. Si valutino tutti gli angoli 2θ corrispondenti ai picchi di diffrazione.

5. Si valuti lo spessore b della barriera di potenziale in Fig. 3 tale per cui il rapporto tra le probabilità di tunneling per un elettrone sul primo e sul secondo livello consentito (E_1 e E_2 rispettivamente) sia pari a 7.1×10^{-2}.

6. Si considerino i due fasci di elettroni contro-propaganti nel profilo di potenziale in Fig. 4 (le energie nel disegno non sono in scala). Sapendo che l'ampiezza e il flusso di probabilità delle due autofunzioni incidenti da destra e da sinistra rispettivamente sono uguali, e che il flusso trasmesso per il fascio proveniente da sinistra è la metà di quello riflesso, si calcolino i valori delle energie E_1 e E_2. Si calcoli inoltre la frazione trasmessa per il fascio proveniente da destra.

7. Un fascio di elettroni di energia 1.5 eV incontra una barriera di potenziale rettangolare lunga 1 nm e di ampiezza V_0. Sapendo che l'energia del fascio corrisponde alla minima energia per cui la trasmissione è totale, calcolare V_0.

8. Un elettrone in un oscillatore armonico è descritto da uno stato non stazionario composto dai due autostati a minore energia. Scrivere la funzione d'onda dell'elettrone, assumendo che a_1 ed a_2 sono i coefficienti di Ψ_1 e Ψ_2, rispettivamente. Descrivere qualitativamente l'evoluzione temporale del suo modulo quadro $|\Psi|^2$. Sapendo che il periodo dell'oscillazione di $|\Psi|^2$ è 10^{15} Hz, calcolare la costante elastica α nel potenziale $\alpha x^2/2$ dell'oscillatore armonico. Immaginando di misurare l'energia dell'elettrone ad un certo istante t, descrivere un possibile risultato dell'esperimento.

9. Si consideri il profilo di potenziale 3D in Fig. 5, in cui il potenziale è nullo all'interno del cubo di lato a, e infinito all'esterno di esso. Calcolare l'energia dei primi 4 autostati in ordine crescente di energia, indicandone la degenerazione.

10. Si consideri la relazione di dispersione $\omega(k) = \omega_0[1-\cos(ka)]$, con $\omega_0 = 10^{15}$ rad s^{-1} e a = 0.3 nm. Si rappresenti la relazione di dispersione per $-\pi/a < k < \pi/a$. Si calcoli il valore del momento k_0 cui corrisponde il minimo della relazione di dispersione. Un pacchetto d'onda è centrato in k_0. Il pacchetto è affetto da dispersione? Trovare i valori di k in cui va centrato il pacchetto d'onda per avere dispersione minima.

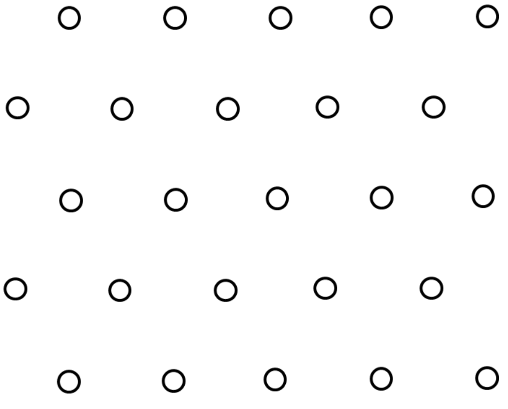

Fig. 1

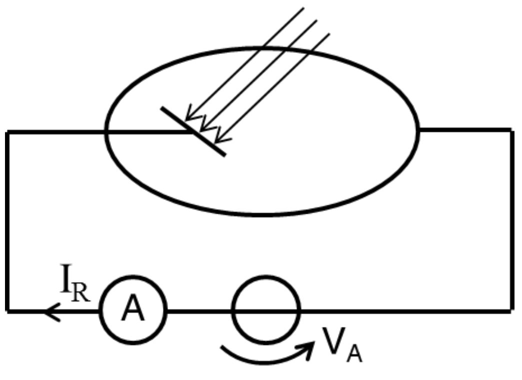

Fig. 2

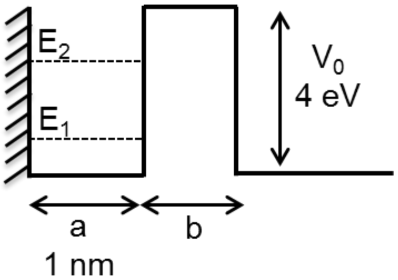

Fig. 3

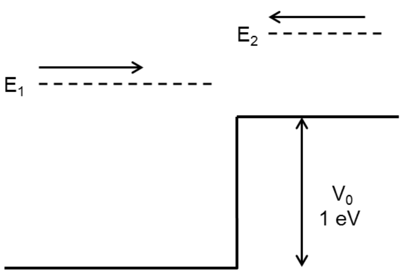

Fig. 4

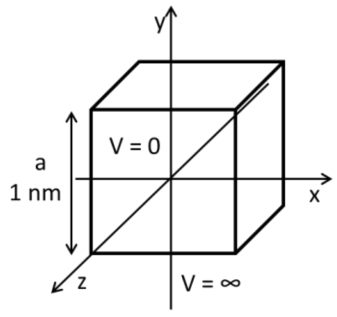

Fig. 5

Solid State Electronics 5.5.2014

1. Consider the bidimensional crystal lattice in Fig. 1. Is it a Bravais lattice? If true, find a couple of primitive vectors and a unitary primitive cell. The atomic density is $\rho_s = 7.22 \times 10^{14}\ cm^{-2}$. Find the first neighbor distance.

2. Consider a cavity at equilibrium at room temperature. The wavelength λ_1 corresponds to the maximum of the radiance function. Find the mean photon number (occupation number) at λ_1 by using the Bose-Einstein statistic. Find the wavelength λ_2 for which the occupation number is 1000 times larger. Is λ_2 longer or shorter than λ_1? And the corresponding radiance? Explain the reason for this result.

3. In the experimental setup of Fig. 2, a monochromatic light beam with wavelength λ = 220 nm is directed to a chromium metallic cathode (work function W = 4.5 eV). Find the stopping voltage and the electron velocity at the anode when V_A is equal to 3 V.

4. In an electron diffraction experiment, an electron beam is accelerated by a voltage potential V_A = 12 V and directed on a simple cubic crystalline lattice with lattice constant a = 0.4 nm. Find all the 2θ angles corresponding to the diffraction peaks.

5. Find the barrier width b in Fig. 3 such that the tunneling probability ratio for an electron on the first and on the second allowed energy level (E_1 e E_2 respectively) is equal to 7.1×10^{-2}.

6. Consider the two electron beams moving in opposite direction in the potential profile of Fig. 4 (the energies in the figure are not in scale). The amplitudes and the probability fluxes of the two beams are equal, while the transmitted flux of the beam coming from the left is the half of the reflected flux. Find the energies E_1 e E_2. Then, find the transmitted flux fraction for the electron beam coming from the right.

7. An electron beam with energy 1.5 eV is directed to an energy barrier 1 nm wide and V_0 high. The energy of the electron beam corresponds to the minimum energy which allows for maximum transmission. Evaluate the barrier height V_0.

8. An electron in a harmonic oscillator is described by a non-stationary state obtained as linear combination of the two lower energy eigenstates. Write down the total electron wavefunction Ψ, by assuming that a_1 and a_2 are the coefficient of Ψ_1 and Ψ_2, respectively. Describe in a qualitative manner the time-evolution of $|\Psi|^2$. The oscillation frequency of $|\Psi|^2$ is equal to 10^{15} Hz. Find the elastic constant α in the harmonic oscillator potential $\alpha x^2/2$. Assuming that the energy of the electron is measured at a given time t, describe the possible result of the experiment.

9. Consider the 3D potential in Fig. 5. The potential is zero inside the cube with side a, and infinite outside. Find the energy of the first 4 eigenfunctions, from the lower to the higher energies, and indicate their degeneracy.

10. Consider the dispersion law $\omega(k) = \omega_0[1-\cos(ka)]$, with $\omega_0 = 10^{15}$ rad s^{-1} and a = 0.3 nm. Represent the dispersion law in the interval $-\pi/a < k < \pi/a$. Find the momentum value k_0 which corresponds to the minimum of the dispersion law. A wave pocket is centered in k_0. Is the wave pocket affected by dispersion? Find in which k value you must center the wave packet to have the minimum dispersion.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone	$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg
costante di Planck	$h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J s
carica elettronica	$e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C
costante di Boltzmann	$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
velocità della luce	$c = 2.998 \cdot 10^{8}\ m\ s^{-1}$
costante dielettrica nel vuoto	$\varepsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}\ F\ m^{-1}$
costante di Stephan-Boltzmann	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ W\ m^{-2}\ K^{-4}$
costante di Wien	$c_W = 2.8 \cdot 10^{-3}$ K m

	Si	**Ge**
costante dielettrica relativa ε_r	11.7	16
concentrazione intrinseca n_i [cm^{-3}]	1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
gap di energia E_G [eV]	1.12	0.66
densità di stati effettiva in banda di conduzione N_C [cm^{-3}]	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
densità di stati effettiva in banda di valenza N_V [cm^{-3}]	1.04×10^{19}	0.6×10^{19}