

1. Si consideri il reticolo fcc in Fig. 1, con cubo di lato $a = 0.8 \text{ nm}$. Si calcoli la densità atomica sul piano (110), che interseca gli assi x e y in a e l'asse z ad infinito. Si calcoli poi la densità atomica sul piano (111).
2. Si consideri il modo a $\lambda = 1550 \text{ nm}$ in una cavità all'equilibrio a temperatura T . Dopo aver calcolato l'energia $h\nu$ del fotone di lunghezza d'onda λ , si determini T a cui l'energia media del modo nella cavità è pari a $h\nu/2$. Quanti fotoni in media popolano quel modo per quella temperatura?
3. Si consideri un elettrodo di titanio ($W = 4.33 \text{ eV}$). Qual è la massima lunghezza d'onda λ della luce in grado di indurre l'effetto fotoelettrico? Determinare la tensione V_{stop} quando l'elettrodo è irraggiato con luce a $\lambda = 120 \text{ nm}$. Applicando quella tensione, determinare in che posizione relativa tra i due elettrodi la velocità dei fotoelettroni si dimezza rispetto al valore iniziale.
4. Si consideri la buca larga $a = 0.7 \text{ nm}$ e alta $V_0 = 2 \text{ eV}$ in Fig. 2. Stimare l'autovalore E_1 e la lunghezza d'onda dello stato fondamentale, tenendo conto della penetrazione dell'elettrone nella regione di barriera.
5. Un elettrone di energia $E > V_0$ e lunghezza d'onda λ incide sulla buca di potenziale di Fig. 2. Ricordando che l'elettrone viene trasmesso con probabilità $|T|^2 = 1$ nel caso $a = n\lambda/2$, dire quali sono i numeri interi ammissibili per n .
6. Nella buca di potenziale quadratico $V = \alpha x^2/2$ in Fig. 3, un elettrone rilassa dallo stato $n = 2$ allo stato $n = 0$, emettendo un fotone di lunghezza d'onda λ_{20} . Calcolare di quanto dev'essere modificata la costante elastica α del potenziale, affinché la stessa λ_{20} venga emessa da un elettrone che rilassa dallo stato 4 allo stato 0.
7. Si estenda il potenziale di Fig. 3 in 3 dimensioni mediante la formula $V = \alpha(x^2 + y^2 + z^2)/2$ con $\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$. Calcolare quanti autostati hanno energia minore di 0.125 eV .
8. Si consideri la relazione di dispersione $E(k) = -\gamma \cos(ka)$, con $\gamma = 0.5 \text{ eV}$ e $a = 0.35 \text{ nm}$. Dopo aver tracciato la relazione di dispersione, calcolare la massa efficace in $k_0 = -\pi/(2a)$. Calcolare inoltre la velocità di gruppo in k_0 , valutando se il pacchetto va incontro a effetto di allargamento nel tempo durante la propagazione.
9. Si consideri la buca di potenziale in Fig. 4. Stimare mediante il principio di indeterminazione l'autovalore dello stato fondamentale Ψ_1 . Stimare in approssimazione WKB il tempo di tunneling di un elettrone in Ψ_1 . Si disegni l'andamento qualitativo di $|\Psi_1|^2$.
10. Si consideri un reticolo monodimensionale di lunghezza $N = 7$ atomi e passo reticolare a . Tracciare le funzioni involuppo (parte reale o parte immaginaria) permesse dalle condizioni periodiche al contorno in prima zona di Brillouin con $k > 0$.

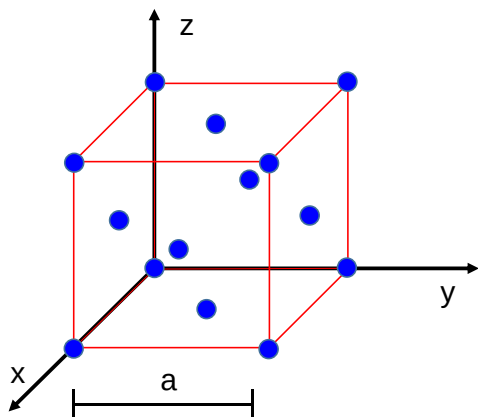


Fig. 1

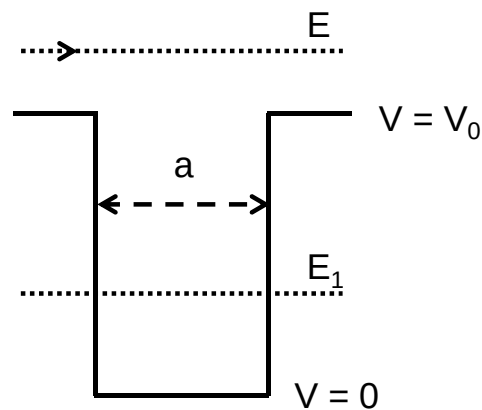


Fig. 2

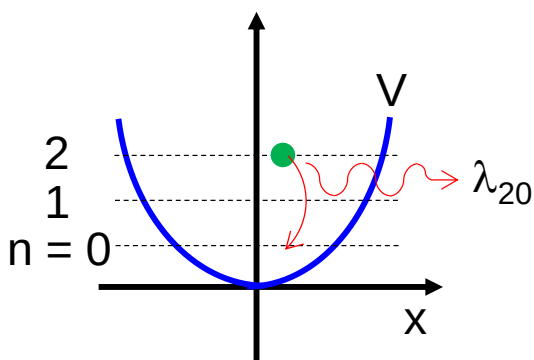


Fig. 3

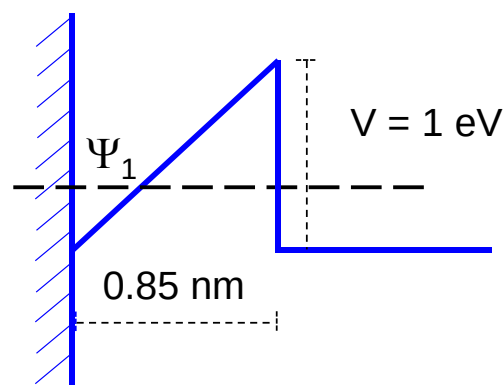


Fig. 4

1. Consider the fcc lattice in Fig. 1, with a cube of side $a = 0.8$ nm. Calculate the atomic density on the plane (110), which intersects axes x and y in a and axis z at infinite. Then calculate the atomic density on plane (111).
2. Consider the oscillation mode at $\lambda = 1550$ nm in a cavity at equilibrium at temperature T . First calculate the energy $h\nu$ of the photon at wavelength λ , then calculate the value of T for which the average energy of the cavity mode is equal to $h\nu/2$. How many photons populate that mode on average for that temperature?
3. Consider a Ti electrode ($W = 4.33$ eV). What is the maximum wavelength λ of the light which is capable of inducing the photoelectron emission? Calculate the stopping voltage V_{stop} when the electrode is irradiated with light at $\lambda = 120$ nm. Under that applied voltage, determine what is the relative position between the 2 electrodes at which the photoelectron velocity is half of the initial value.
4. Consider the potential well with width $a = 0.7$ nm and height $V_0 = 2$ eV in Fig. 2. Estimate the eigenvalue E_1 and the wavelength of the ground state, considering the penetration of the electron in the barrier region.
5. An electron with energy $E > V_0$ and wavelength λ passes over the potential well of Fig. 2. Recalling that the electron is transmitted with probability $|T|^2 = 1$ in cases $a = n\lambda/2$, determine what integer numbers are acceptable for n .
6. In the quadratic potential well $V = \alpha x^2/2$ in Fig. 3, an electron relaxes from state $n = 2$ to state $n = 0$, emitting a photon with wavelength λ_{20} . Calculate how much should we modify the elastic constant α of the potential, if the same λ_{20} must be emitted from an electrons relaxing from state $n = 4$ to state $n = 0$.
7. Extend the potential of Fig. 3 to 3 dimensions by the formula $V = \alpha(x^2 + y^2 + z^2)/2$ with $\alpha = 5 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$. Calculate how many eigenstates have energy less than 0.125 eV.
8. Consider the dispersion relationship $E(k) = -\gamma \cos(ka)$, with $\gamma = 0.5$ eV and $a = 0.35$ nm. Draw the dispersion relationship, then calculate the effective mass at $k_0 = -\pi/(2a)$. Finally, calculate the group velocity in k_0 , specifying if the packet undergoes time-dependent broadening during propagation.
9. Consider the potential well in Fig. 4. Estimate the eigenvalue of the ground state Ψ_1 by the uncertainty principle. Using the WKB approximation, estimate the tunneling time of an electron in Ψ_1 . Draw the qualitative behavior of $|\Psi_1|^2$.
10. Consider a 1D lattice with length $N = 7$ atoms and lattice parameter a . Draw the envelope functions (real part or imaginary part) allowed by the periodic boundary conditions in the first Brillouin zone with $k > 0$.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stephan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$