

Elettronica dello Stato Solido

Lezione 13: Trasporto elettrico nei semiconduttori



Daniele Ielmini

DEIB – Politecnico di Milano

daniele.ielmini@polimi.it

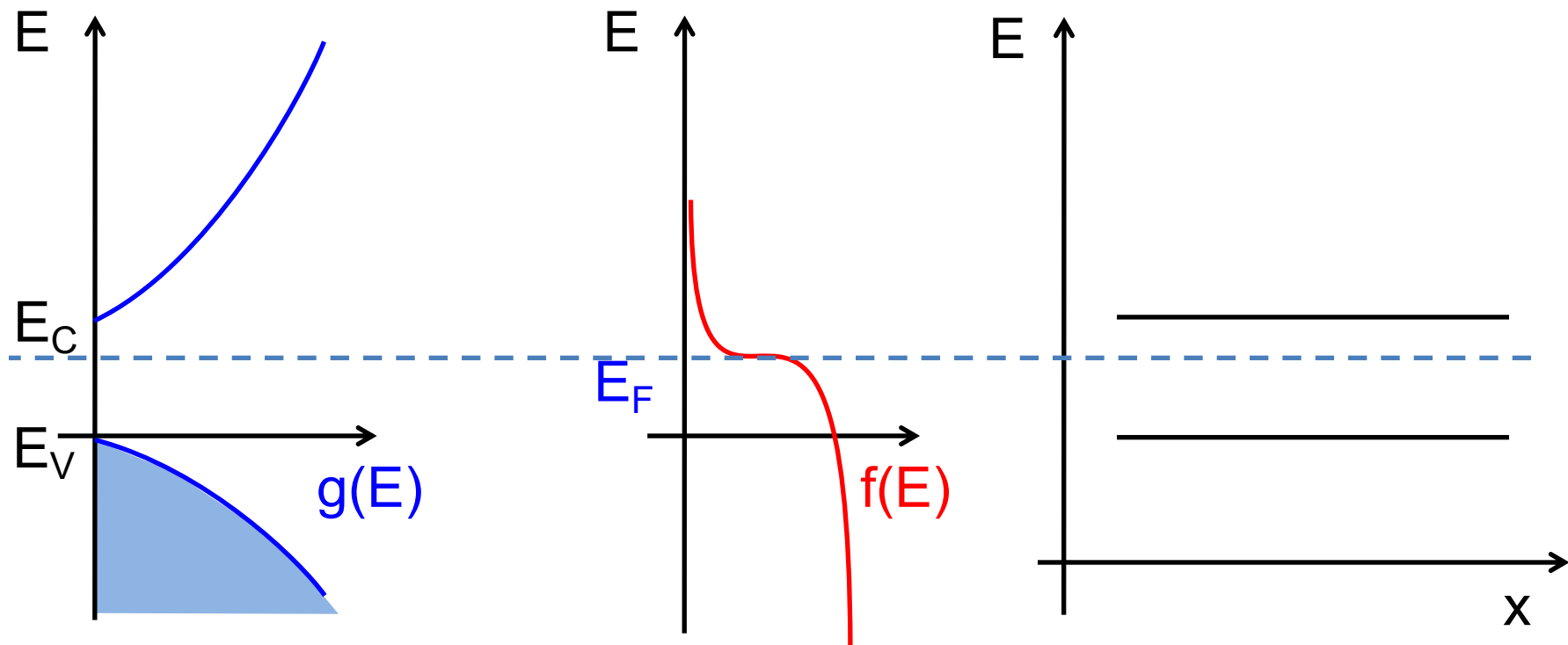
Outline

- Introduzione
- Diagramma a bande
- Corrente di drift
- Corrente di diffusione
- Conclusioni

Introduzione

- Siamo ora in grado di calcolare la densità di corrente
- La densità di corrente contiene normalmente due contributi, di *drift* (trasporto guidato dal campo elettrico) e di *diffusione* (trasporto guidato da sbilanciamento di concentrazioni)
- Per ottenere informazioni riguardo la distribuzione dei campi elettrici e dei portatori, è utile far ricorso al diagramma a bande

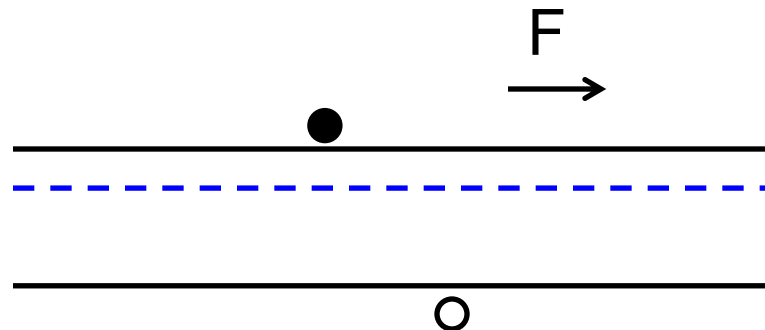
Diagramma a bande



- Il diagramma a bande viene usato estensivamente per la discussione del funzionamento di dispositivi elettronici (e.g. diodi, MOSFET)
- Si riporta il minimo della banda di conduzione E_C ed il massimo della banda di valenza E_V
- In genere si riporta anche E_F ed E_i

Portatori e loro deriva

- Cerchi pieni indicano elettroni, vuoti le lacune
- Elettroni e lacune si muovono in senso opposto in risposta ad un campo elettrico, e.g. se il campo F è diretto verso gli x positivi il moto delle lacune è in $+x$, degli elettroni in $-x$



Portatori e loro energia cinetica

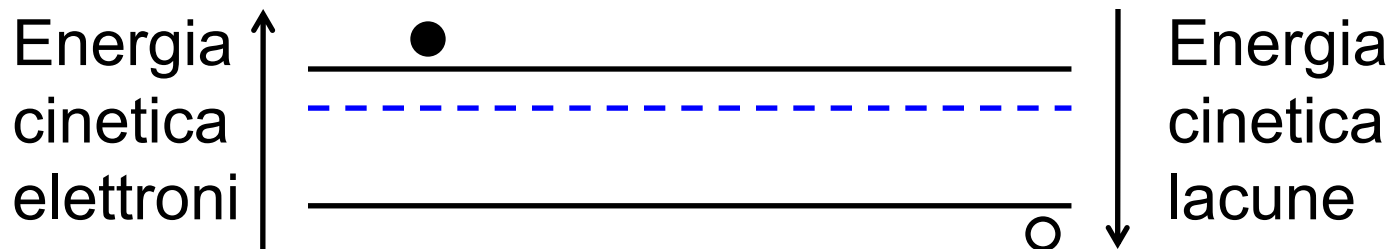
- L'energia cinetica degli elettroni in banda di conduzione è data da $E - E_C$, infatti:

$$E = E_C + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_e^*} = E_C + \frac{m_e^* \mathbf{v}_e^2}{2}$$

- L'energia cinetica delle lacune in banda di valenza è data da $E_V - E$ infatti:

$$E = E_V - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_h^*} = E_V - \frac{m_h^* \mathbf{v}_h^2}{2}$$

- Quindi l'energia cinetica degli elettroni si misura verso l'alto, delle lacune verso il basso



Portatori e loro energia potenziale

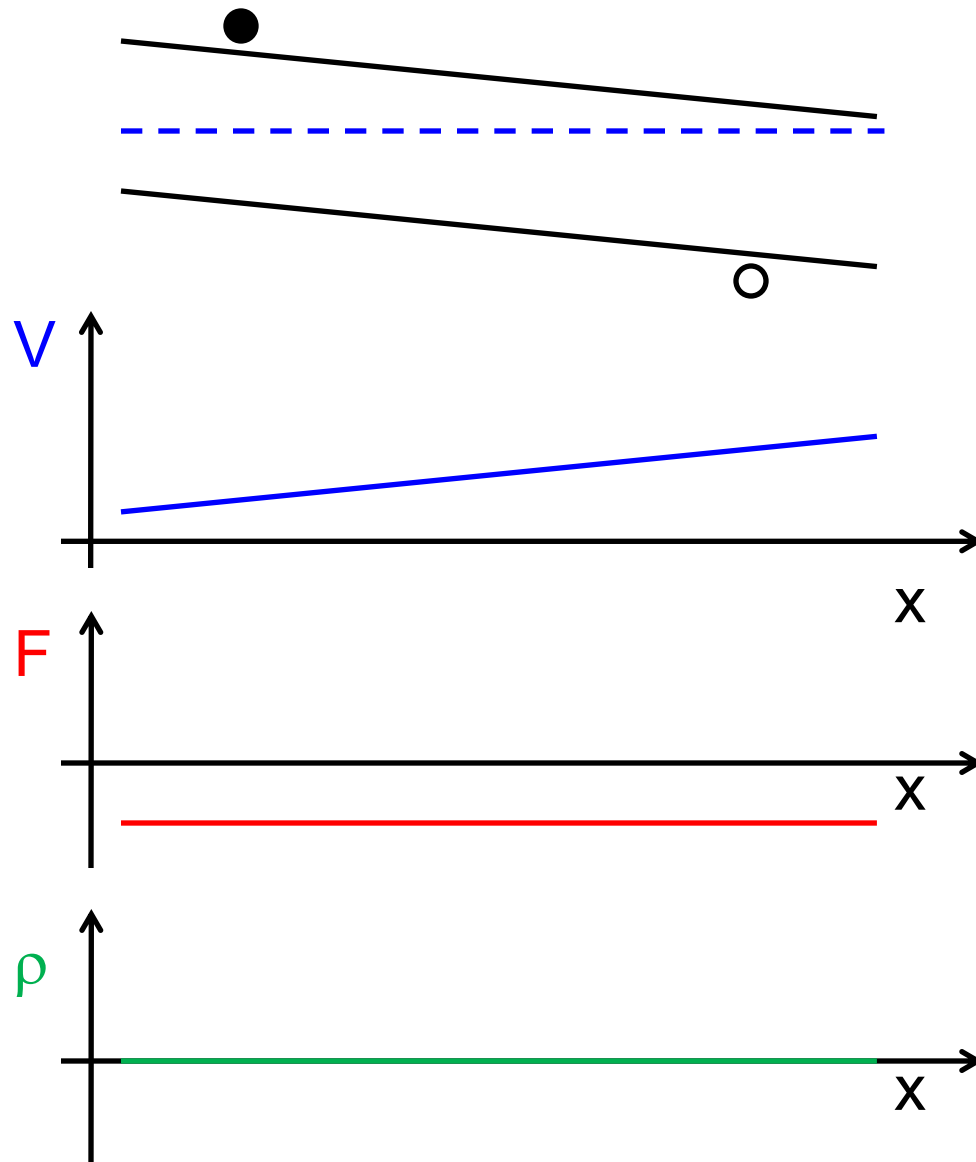
- Elettroni in banda di conduzione: l'energia potenziale è data da $-qV = \text{en. totale} - \text{en. cinetica} = E - (E - E_C) = E_C$ (a parte una costante arbitraria)
- Lacune in banda di valenza: l'opposto dell'elettrone = qV

- Potenziale elettrostatico: $V = -\frac{E_C}{q}$

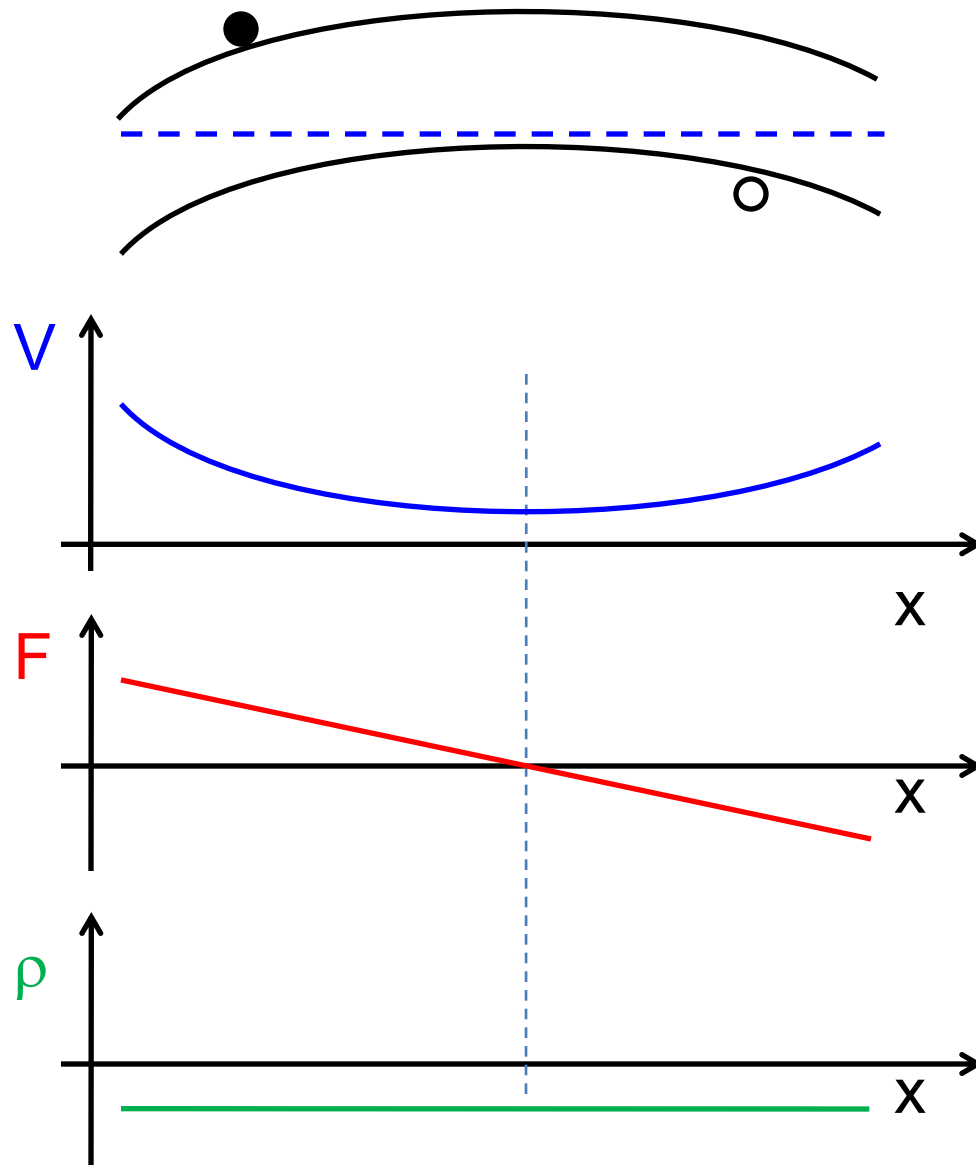
- Campo elettrico: $F = -\frac{dV}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_C}{dx}$

- Densità di carica: $\rho = \varepsilon \frac{dF}{dx}$

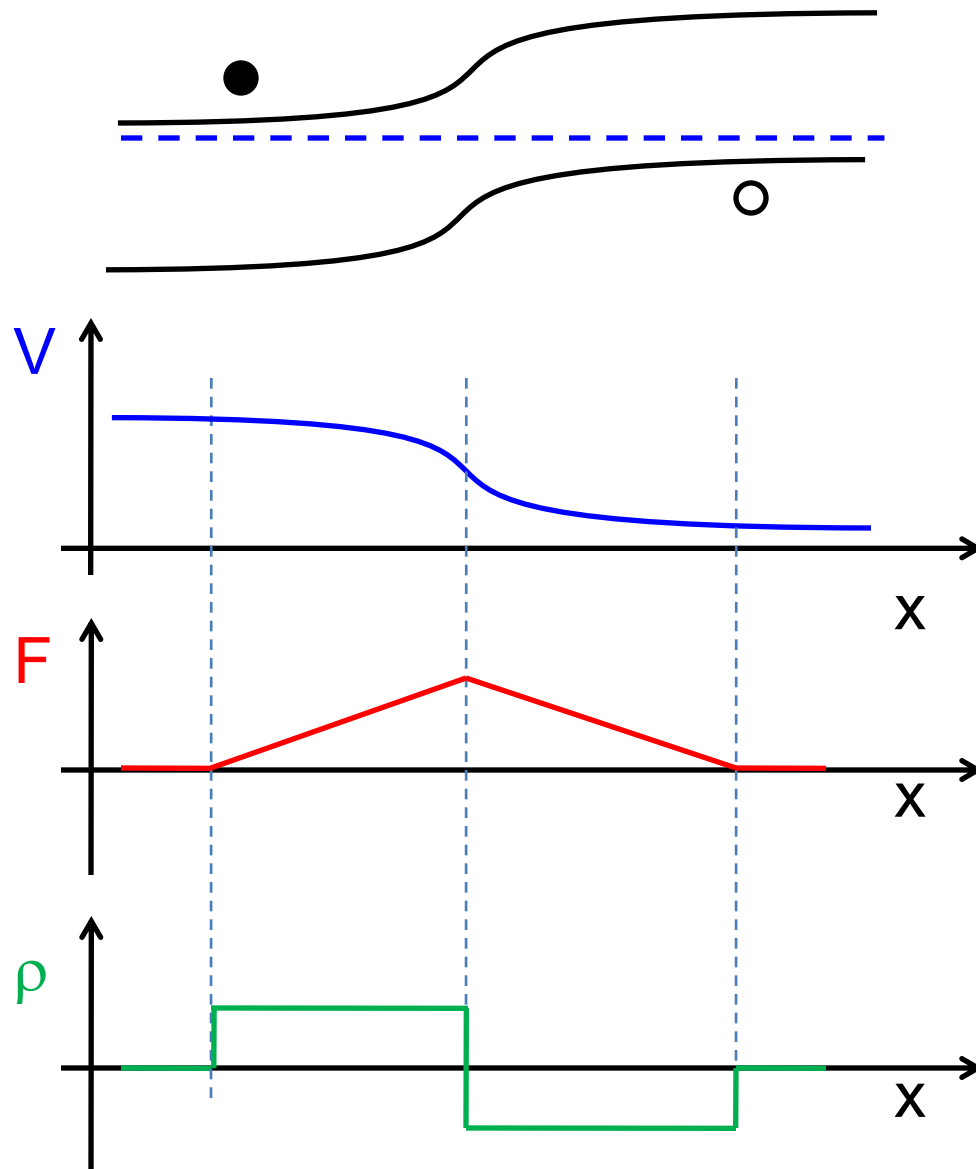
Esempio: potenziale lineare



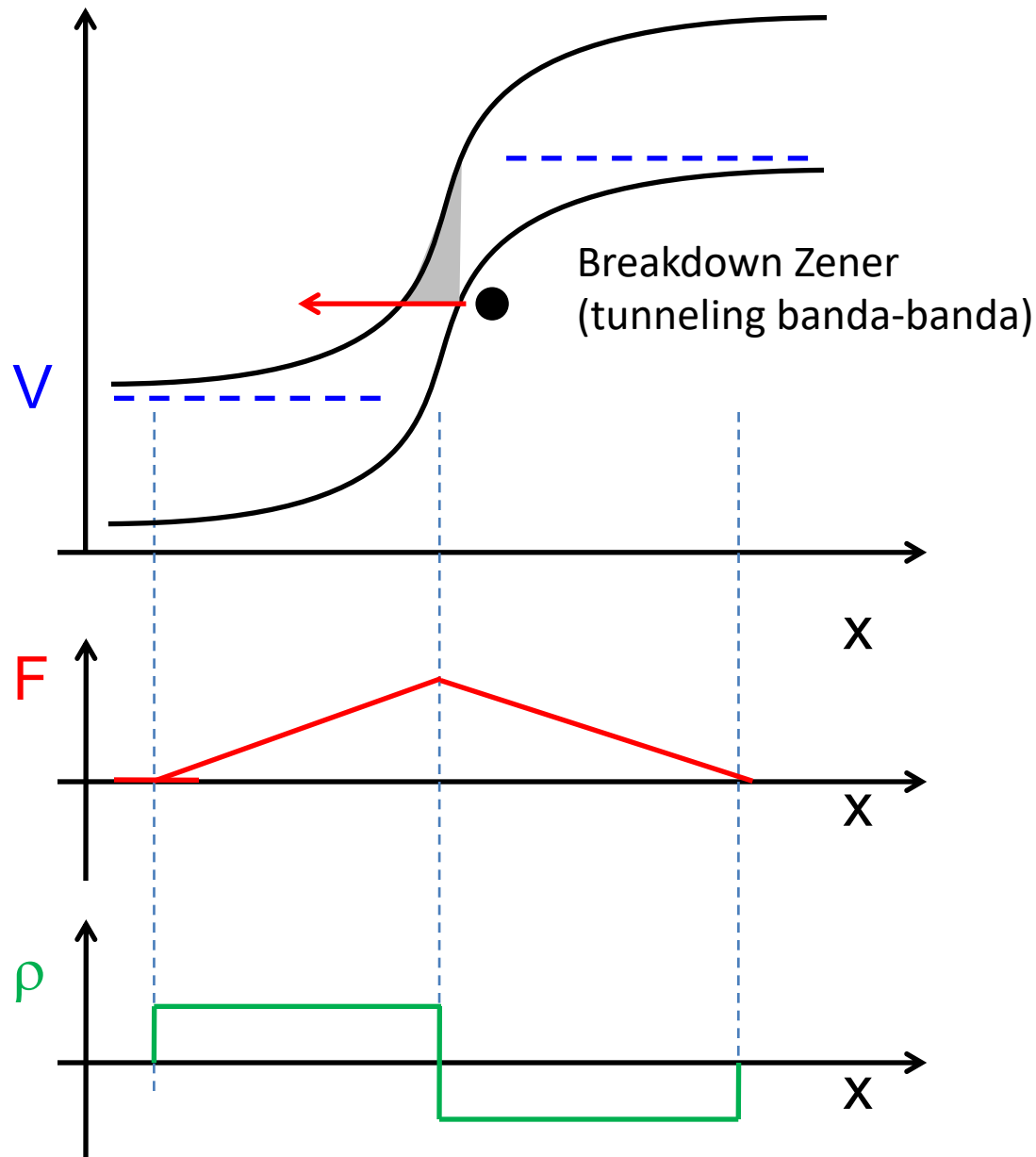
Esempio: potenziale quadratico



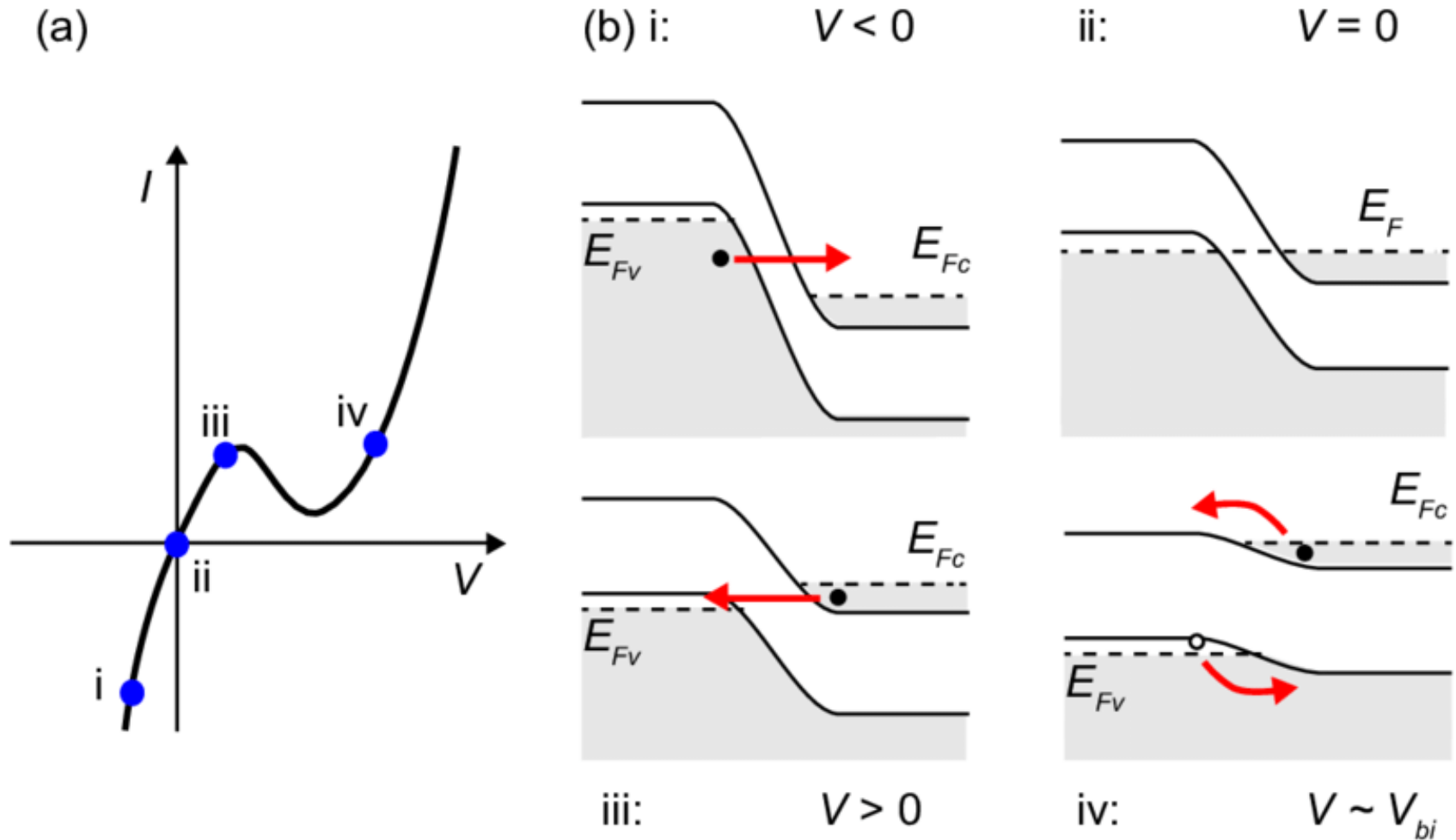
Esempio: cariche contrapposte



Reverse bias



Tunnel diode

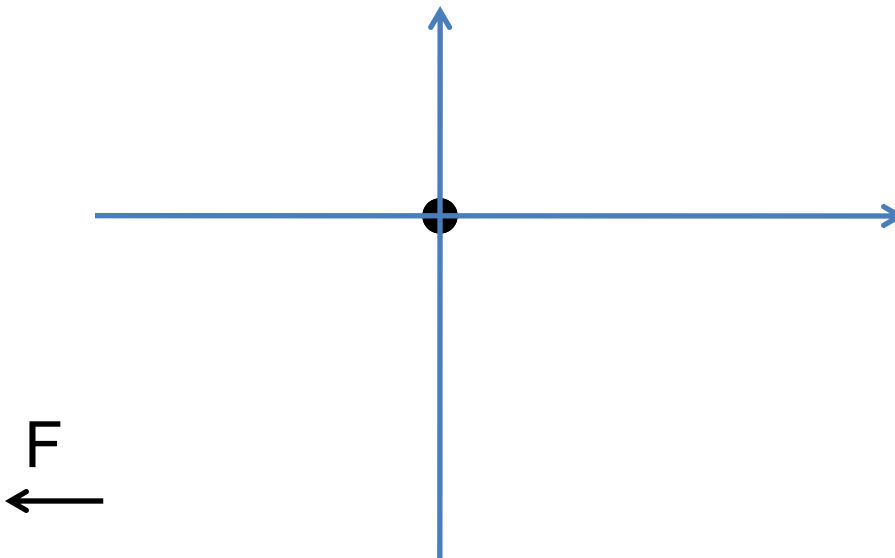


Outline

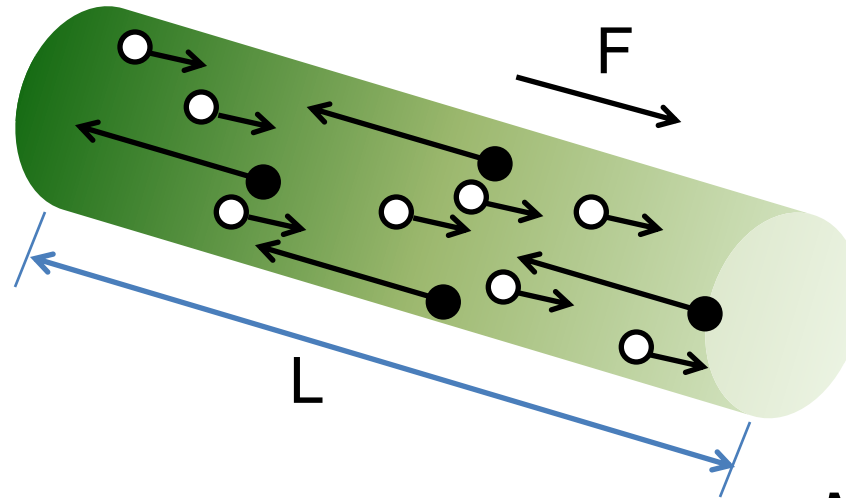
- Introduzione
- Diagramma a bande
- Corrente di drift
- Corrente di diffusione
- Conclusioni

Deriva (drift)

- Deriva = moto dei portatori in risposta all'applicazione di un campo elettrico
- In assenza di campo elettrico, l'elettrone è agitato da solo moto browniano (spostamento netto = 0)
- Il campo elettrico comporta una componente di deriva (c'è spostamento netto $\neq 0$)



Corrente di deriva



- Densità di corrente di lacune: $j = \frac{qN_h}{At_f} = \frac{qN_h v_h}{AL} = qp v_h$
- q = carica della lacuna
- N_h = numero di lacune nel volume
- t_f = tempo per percorrere una distanza L
- v_h = velocità di deriva della lacuna
- Considerando anche gli elettroni: $j = q(pv_h + nv_e)$

Mobilità

- Introducendo il concetto di mobilità:

$$\mathbf{j} = q(\mathbf{p}\mu_p + \mathbf{n}\mu_n)\mathbf{F}$$

- La mobilità è data da: $\mu = \frac{q\tau_m}{m^*}$
- Valori tipici per semiconduttori intrinseci:

	$\mu_n [\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}]$	$\mu_p [\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}]$
Si	1360	460
GaAs	8000	320

Scattering

- I principali effetti di scattering sono:
 - fononi $\rightarrow \mu_{fn}, \mu_{fp}$
 - impurezze ionizzate $\rightarrow \mu_{in}, \mu_{ip}$
 - difetti (e.g. stati interfacciali e rugosità nel canale del MOSFET)
- Generalmente i vari contributi si sommano come se fossero resistenze in serie $\rightarrow$

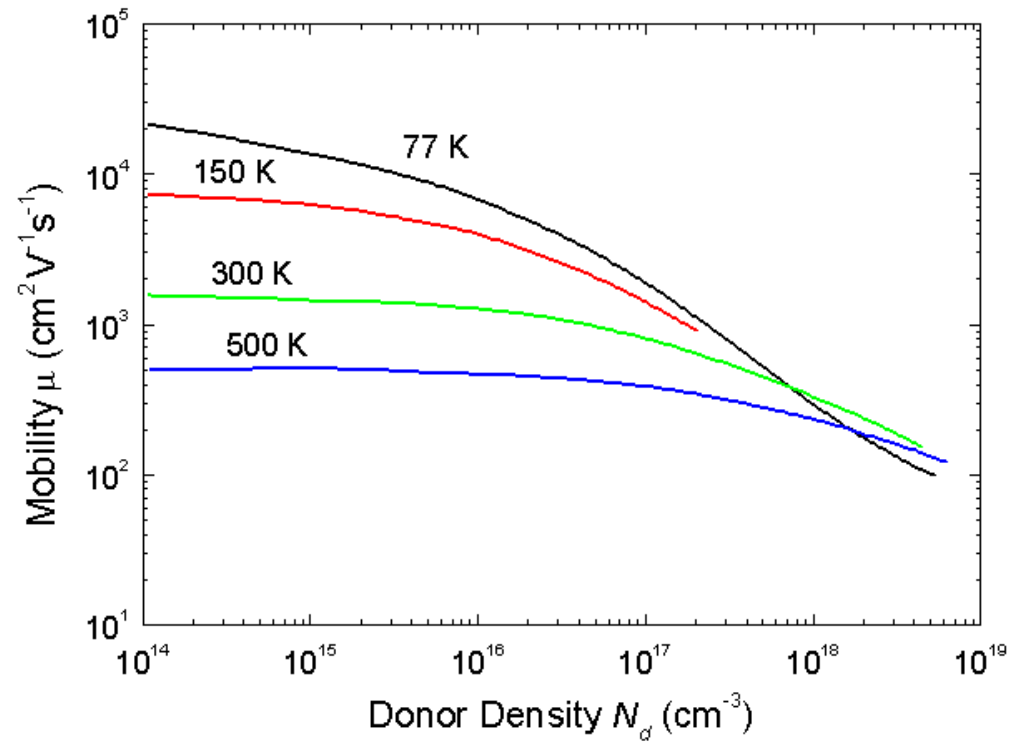
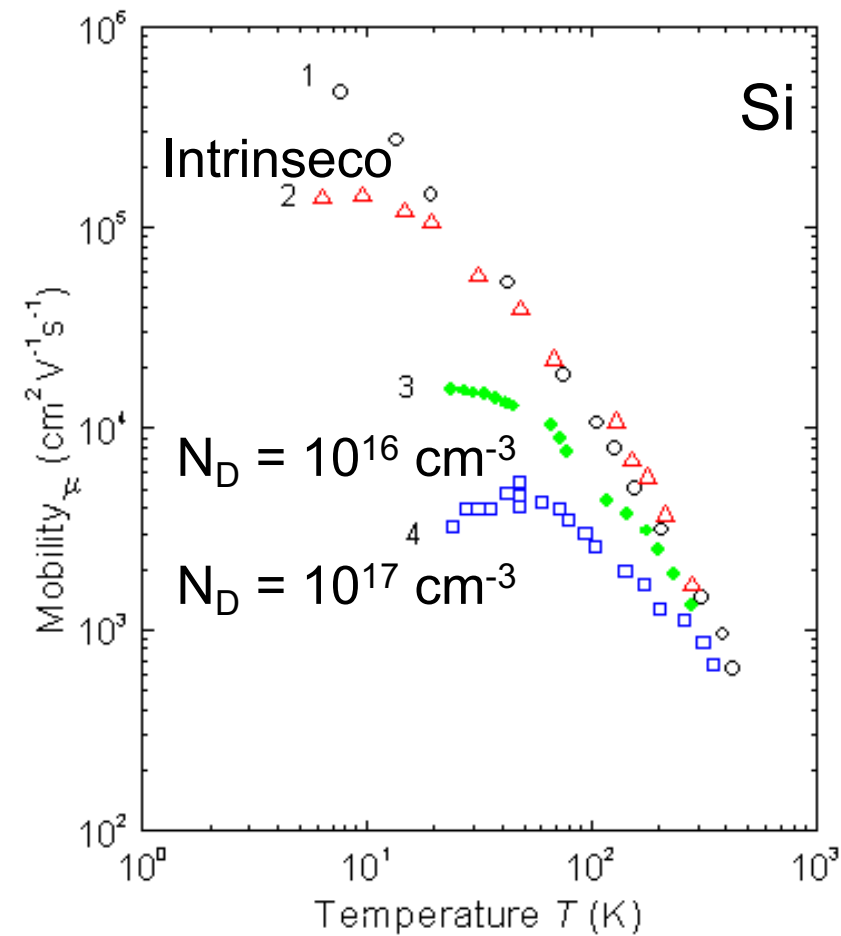
regola di Matthiessen:

$$\frac{1}{\mu_n} = \frac{1}{\mu_{fn}} + \frac{1}{\mu_{in}} + \dots$$
$$\frac{1}{\mu_p} = \frac{1}{\mu_{fp}} + \frac{1}{\mu_{ip}} + \dots$$

Dipendenza dalla temperatura

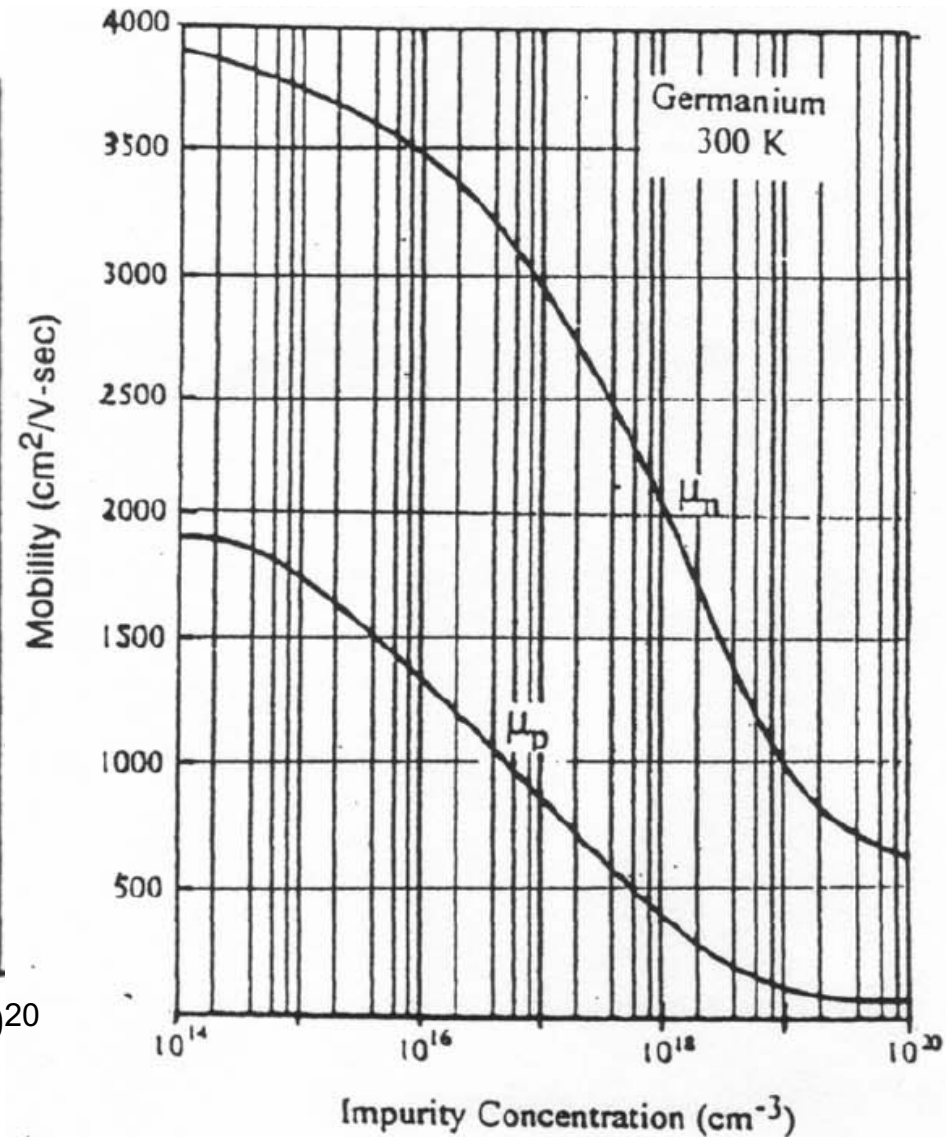
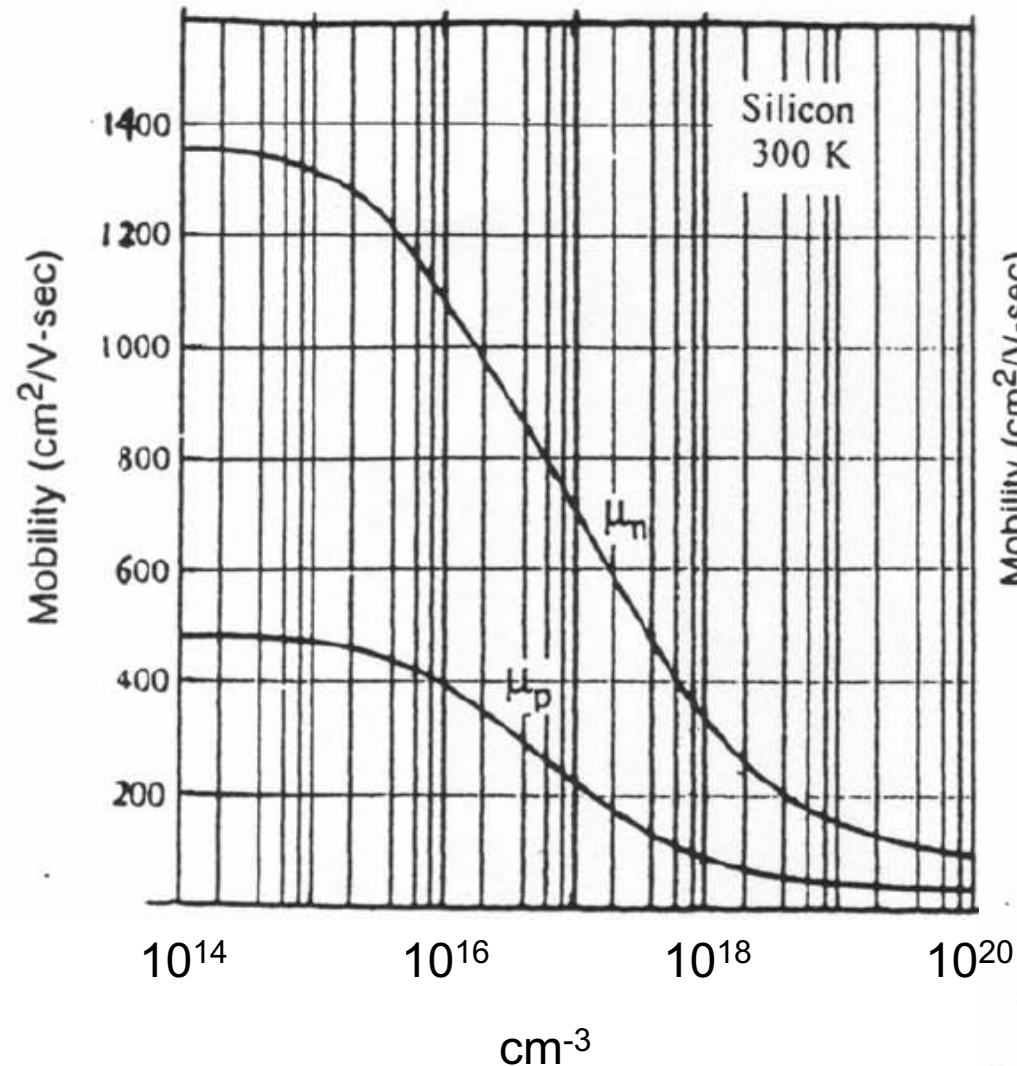
- La teoria prevede che:
 - $\mu_f \propto T^{-\frac{3}{2}}$ la mobilità limitata da fononi diminuisce all'aumentare della T , a causa della maggiore densità di fononi (agitazione termica del reticolo)
 - $\mu_i \propto T^{\frac{3}{2}} / N_i$ la mobilità limitata da impurezze ionizzate aumenta all'aumentare di T , perché il portatore spende meno tempo vicino all'impurezza e il moto ne risente di meno
 - Nota $N_i = N_D^+ + N_A^-$

μ_n in Si



www.ioffe.ru

Mobilità di elettroni e lacune



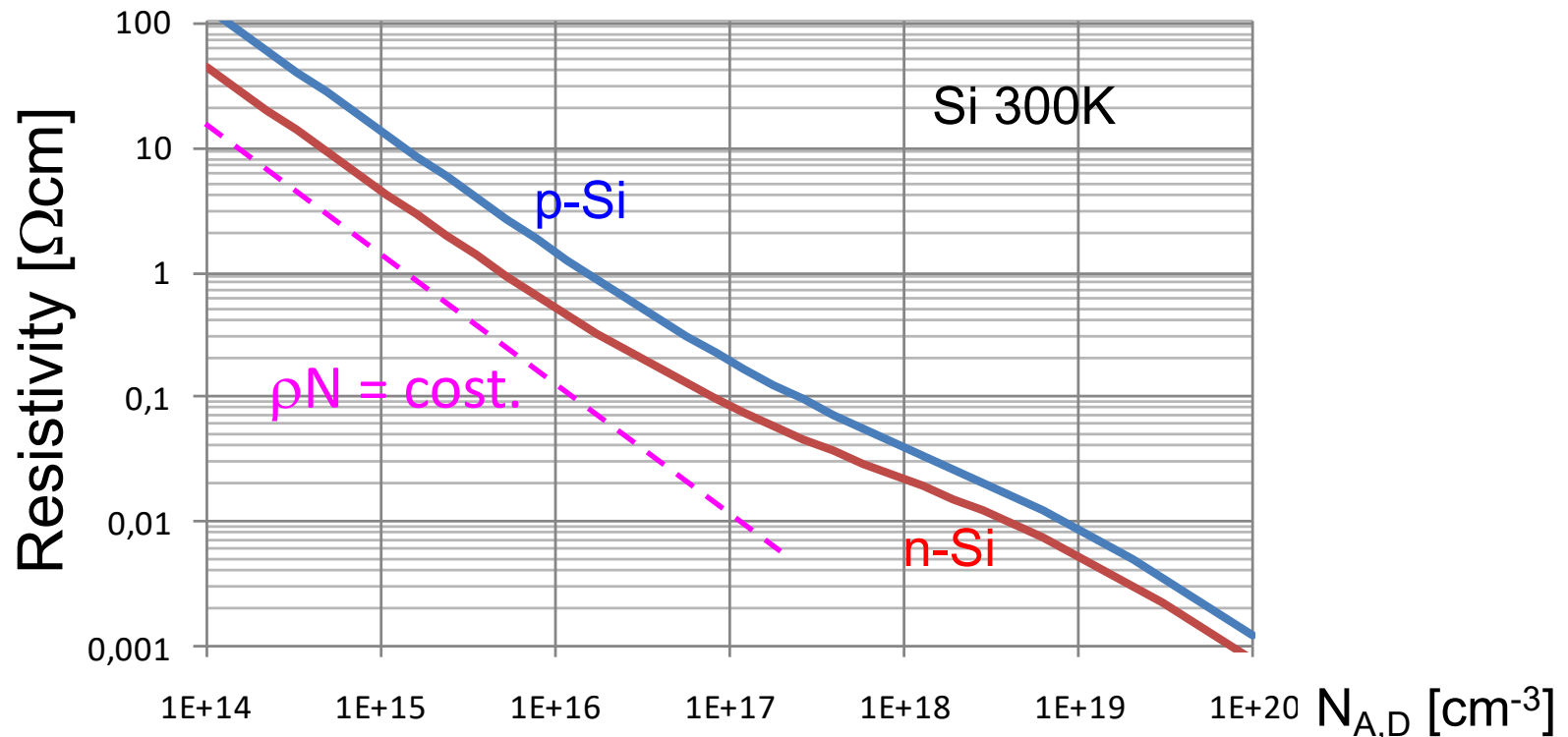
Resistività

$$\mathbf{j} = q(\mathbf{p}\mathbf{v}_h + \mathbf{n}\mathbf{v}_e) = q(\mathbf{p}\mu_p + \mathbf{n}\mu_n)\mathbf{F} = \sigma\mathbf{F} = \frac{\mathbf{F}}{\rho}$$

- Con σ = conducibilità
- e ρ = resistività

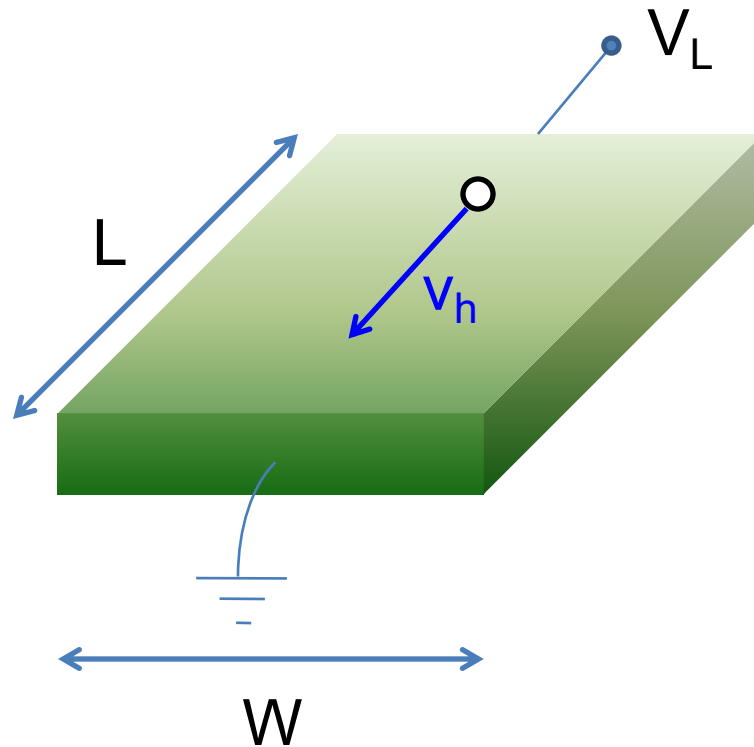
$$\sigma = q(\mathbf{p}\mu_p + \mathbf{n}\mu_n)$$

$$\rho = \frac{1}{q(\mathbf{p}\mu_p + \mathbf{n}\mu_n)}$$



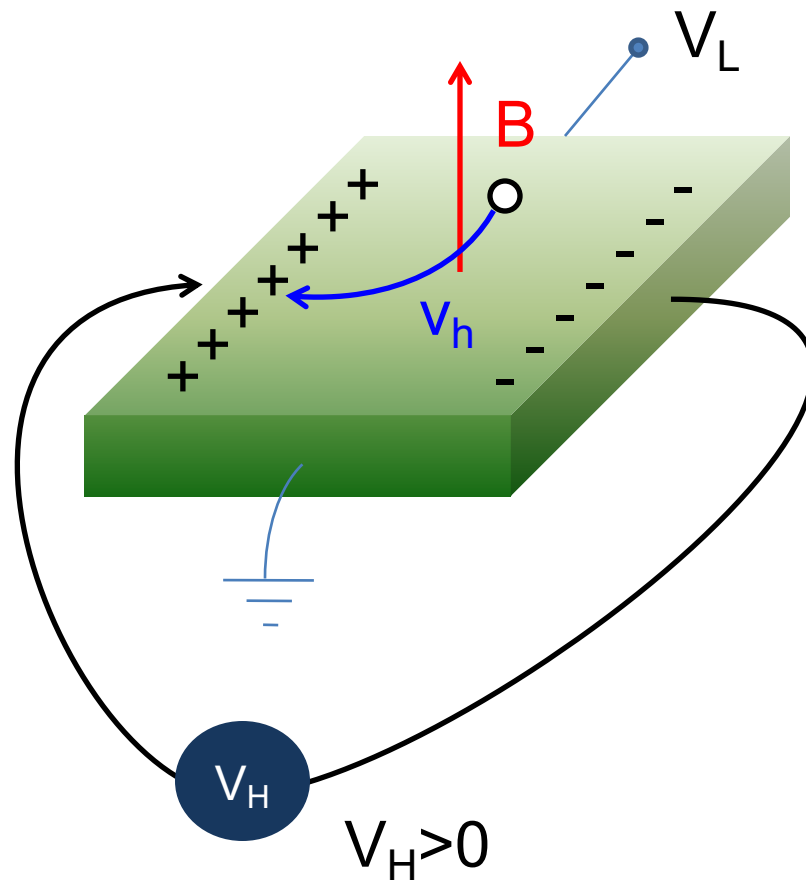
Effetto Hall

- Metodo di misura della mobilità:



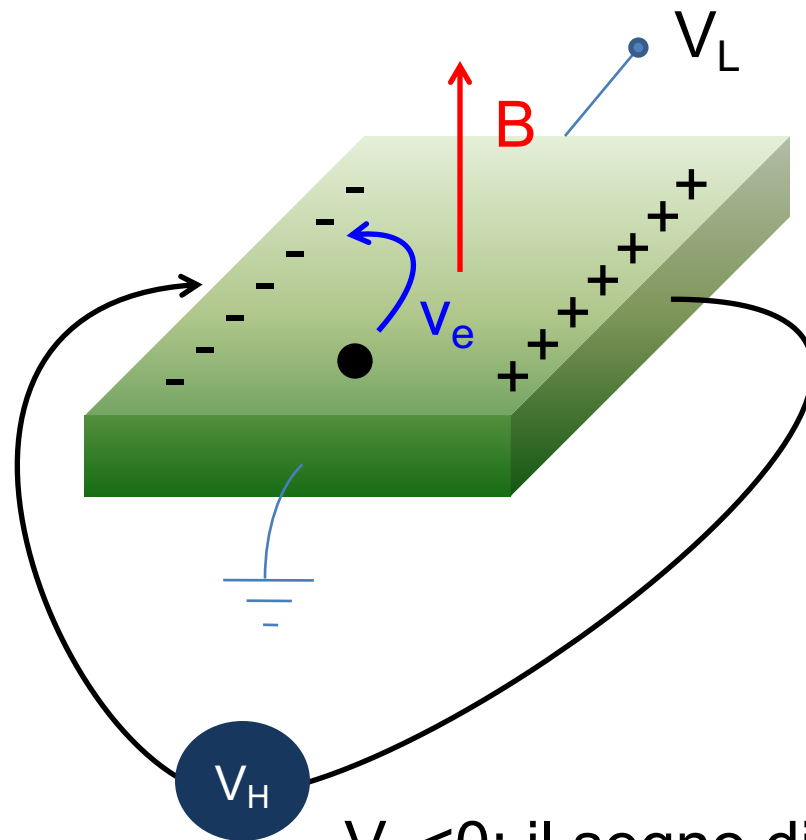
$$j = qp\mu_p F$$

Effetto Hall



$$\vec{F} = q\vec{v}_h \times \vec{B}$$

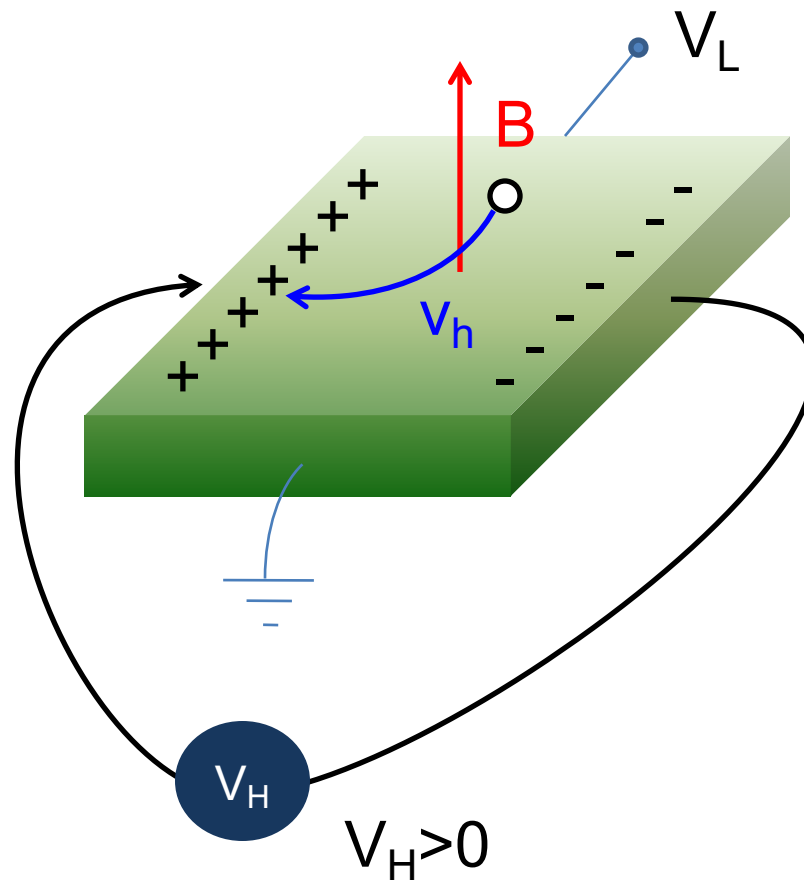
Effetto Hall



$$\vec{F} = -q\vec{v}_e \times \vec{B}$$

$V_H < 0$: il segno di V_H indica il tipo di semiconduttore

Effetto Hall



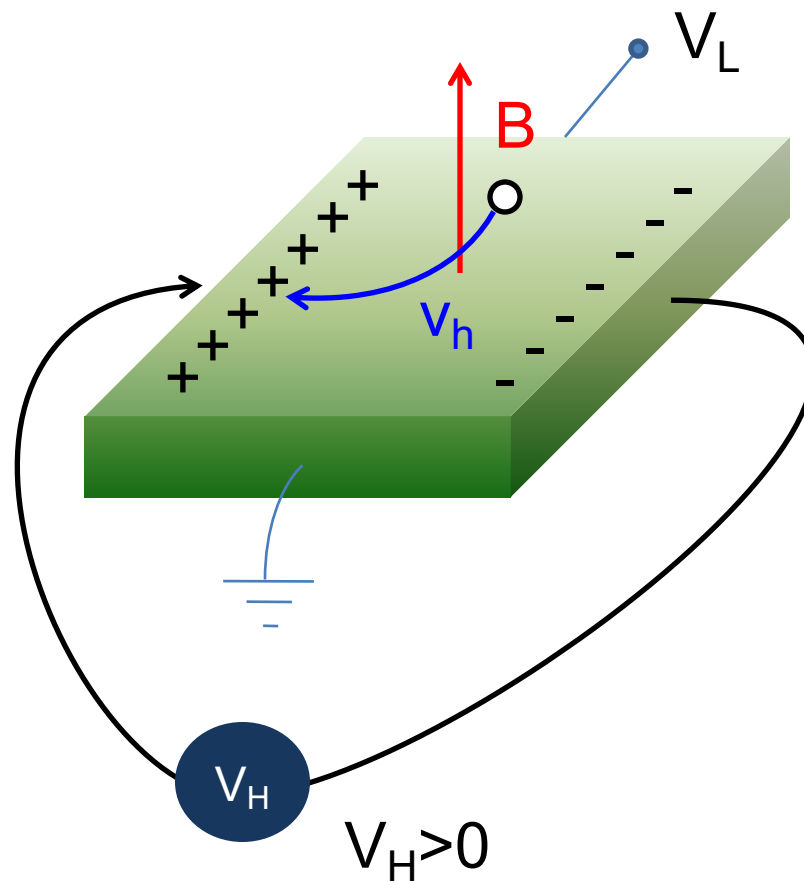
$$\vec{F} = q\vec{v}_h \times \vec{B}$$

$$qv_h B = qF_H$$

$$\mu_p \frac{V_L}{L} B = \frac{V_H}{W}$$

$$\mu_p = \frac{V_H L}{V_L W B}$$

Effetto Hall



$$\mu_p = \frac{V_H L}{V_L W B}$$

$$j = qp\mu_p F$$

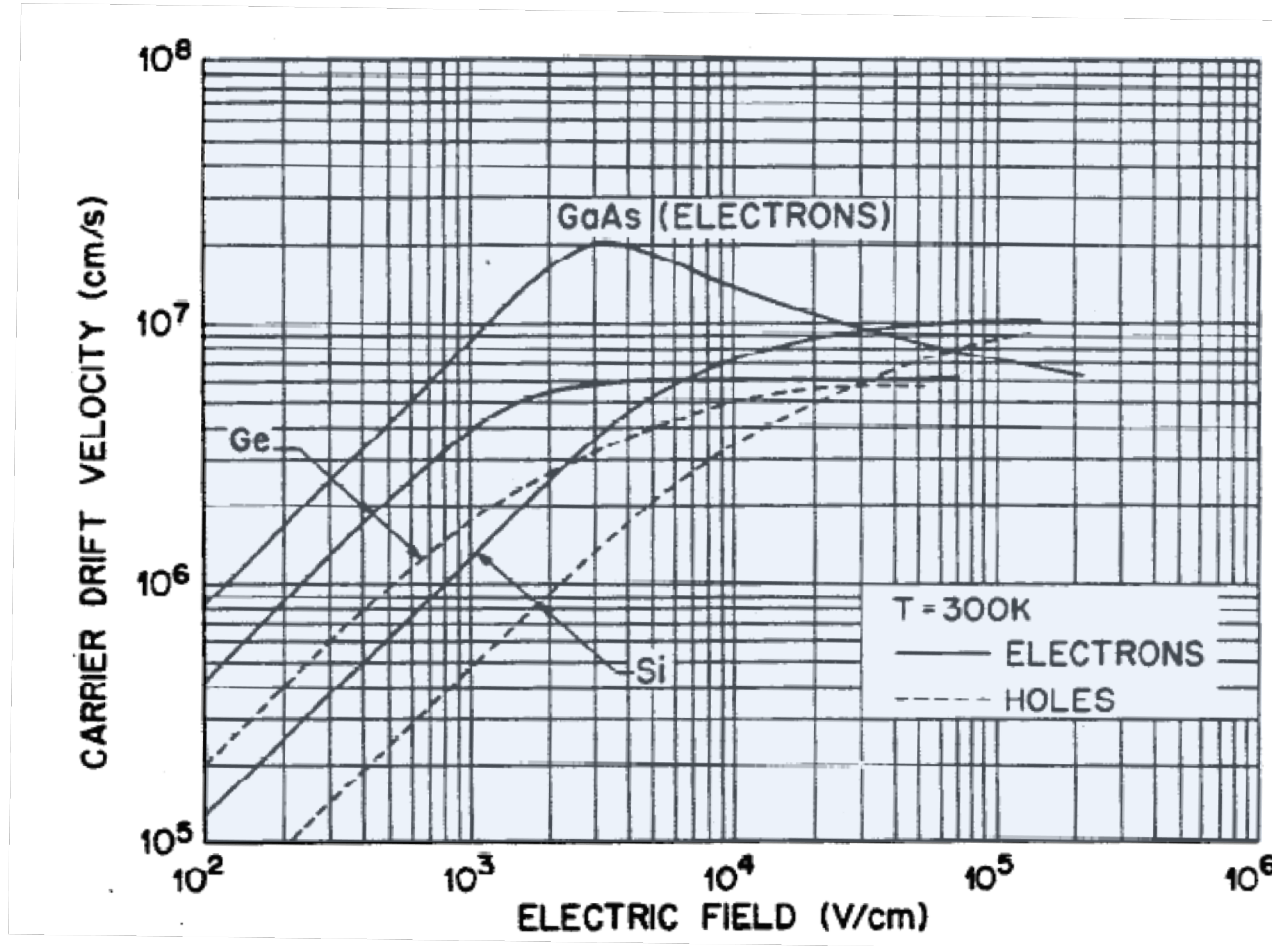


È possibile ricavare
la concentrazione di
drogante $N_A \approx p$

Saturazione della velocità

- Ad alti campi elettrici la legge $v = \mu F$ non viene più rispettata: la velocità satura
- Il motivo sta nel fatto che l'energia del portatore diventa confrontabile con quella del fonone ottico $\hbar\omega = 37 \text{ meV (Ge)}$ e 63 meV (Si) $\rightarrow$ il portatore perde energia appena supera la soglia di generazione del f.o. e non ad un tempo medio fissato (τ_m) come a bassi campi
- Affligge il transistor MOS ad alti campi/canali corti: la velocità non è più proporzionale al campo trasversale e quindi il guadagno dipende solo linearmente (e non quadraticamente) dalla tensione di gate

Risultati a $T = 300\text{K}$

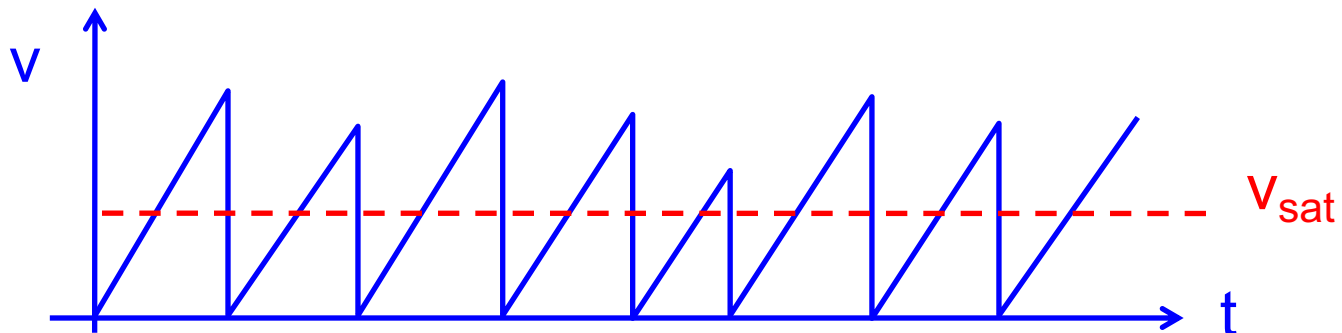


← Si: 10^7 cm/s
← Ge: 6×10^6 cm/s

Comportamento in Si, Ge

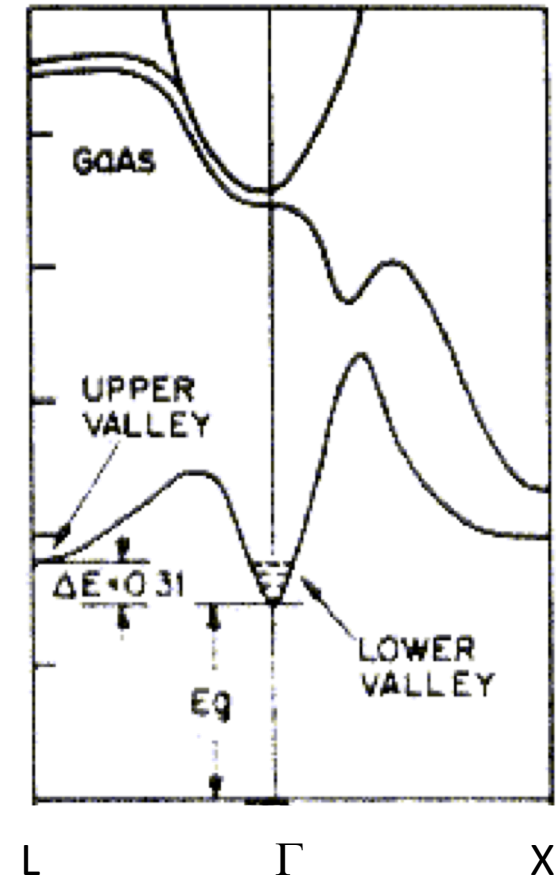
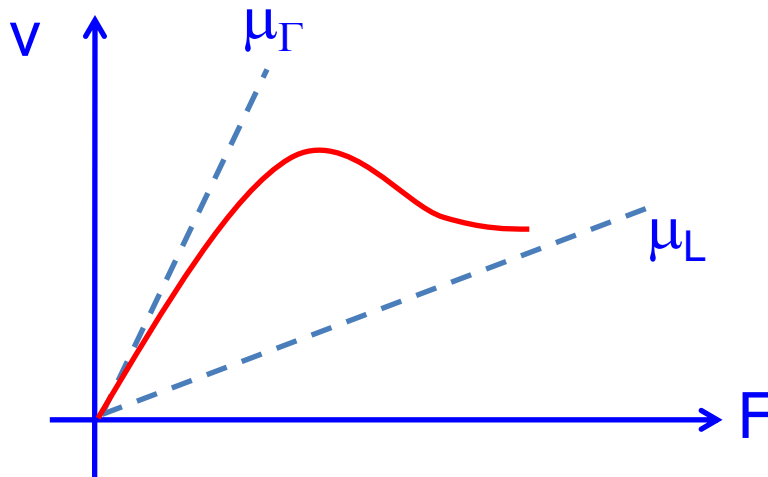
- Modello empirico:
$$\mathbf{v}(\mathbf{F}) = \frac{\mu \mathbf{F}}{1 + \frac{\mu \mathbf{F}}{\mathbf{v}_{sat}}} \xrightarrow{F \rightarrow \infty} \mathbf{v}_{sat}$$
- Interpretazione: appena si raggiunge l'energia per generare un fonone ottico $\hbar\omega_{LO}$, lo si genera azzerando l'energia cinetica:

$$\frac{1}{2} \mathbf{m}^* \mathbf{v}_{max}^2 = \hbar\omega_{LO} \rightarrow \mathbf{v}_{sat} = \frac{\mathbf{v}_{max}}{2} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{LO}}{2\mathbf{m}^*}}$$



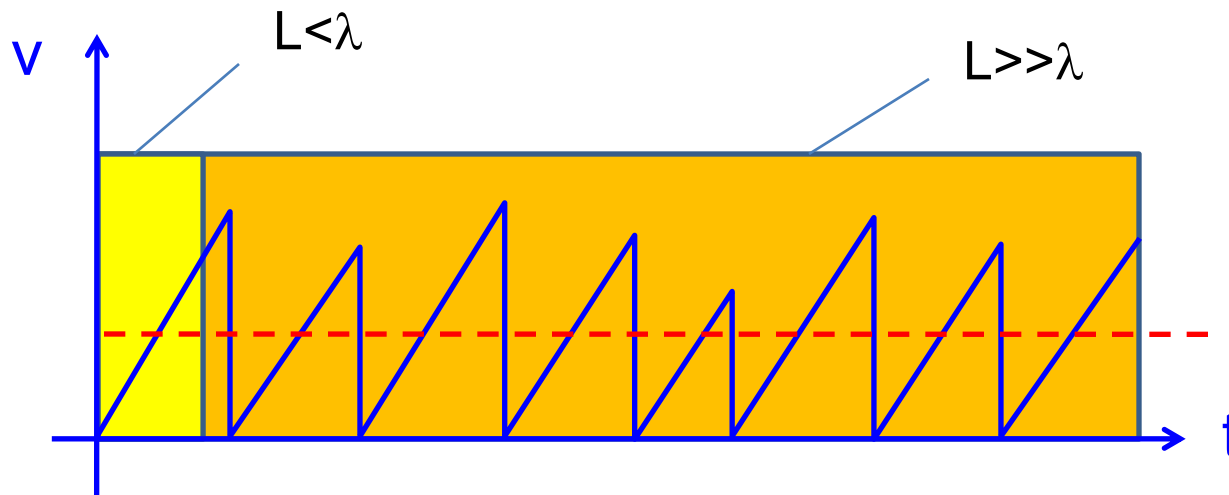
Comportamento nel GaAs

- Si spiega considerando la sua struttura a bande: la valle in L è a solo 0.31 eV dalla valle Γ ($m_{\Gamma}^* = 0.063m_0$) $\rightarrow$ scattering intervalle, i portatori energetici sono trasportati in L e qui sperimentano una maggiore massa efficace ($m_{L,l}^* = 1.9m_0$, ($m_{L,t}^* = 0.075m_0$)



Trasporto balistico

- Finora abbiamo assunto che la lunghezza tipica del dispositivo (e.g. lunghezza del canale del MOS L) sia molto maggiore del libero cammino medio λ
- Tuttavia se $L < \lambda$ o circa uguale, dobbiamo trarre diverse conclusioni: trasporto balistico (senza scattering) e *overshoot di velocità*

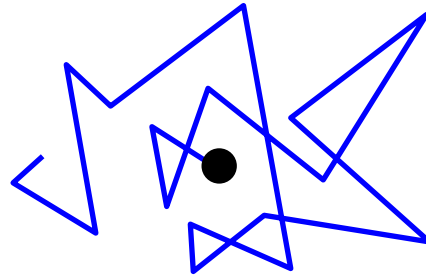


Outline

- Introduzione
- Diagramma a bande
- Corrente di drift
- Corrente di diffusione
- Conclusioni

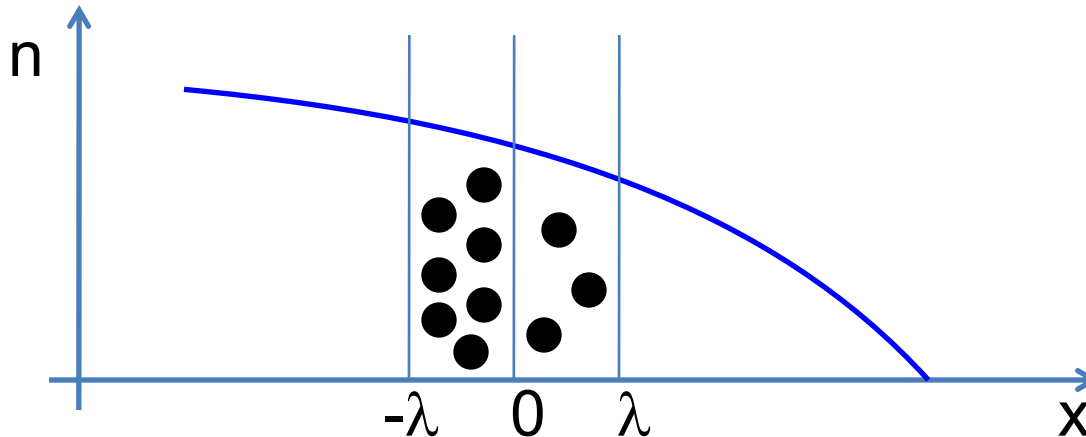
Moto browniano

- A $T \neq 0$ le particelle (e.g. atomi/molecole in un gas, portatori in un metallo/semiconduttore) sono agitati da moto termico



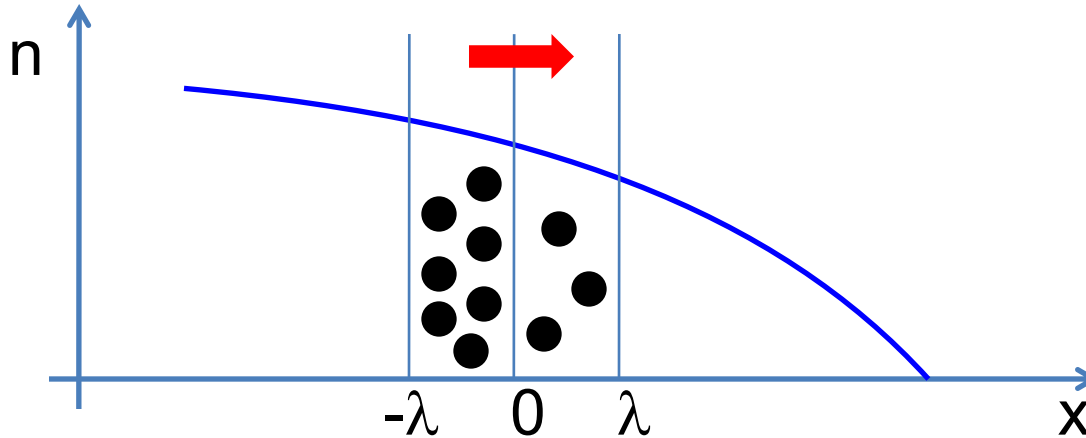
- Esisterà una distribuzione di velocità, tempi di scattering, cammini liberi medi: noi facciamo ricorso ai seguenti valori medi:
- v_{th} = velocità media alla temperatura T
- τ = tempo medio di scattering
- λ = libero cammino medio ($\lambda = v_{th}\tau$)

Concentrazione disuniforme



- In presenza di una variazione spaziale di concentrazione (e.g. di elettroni), i flussi non sono uniformi $\rightarrow$ corrente di *diffusione*
- Facciamo il bilancio dei flussi di diffusione attraverso la superficie a $x = 0$

Flusso di diffusione verso destra

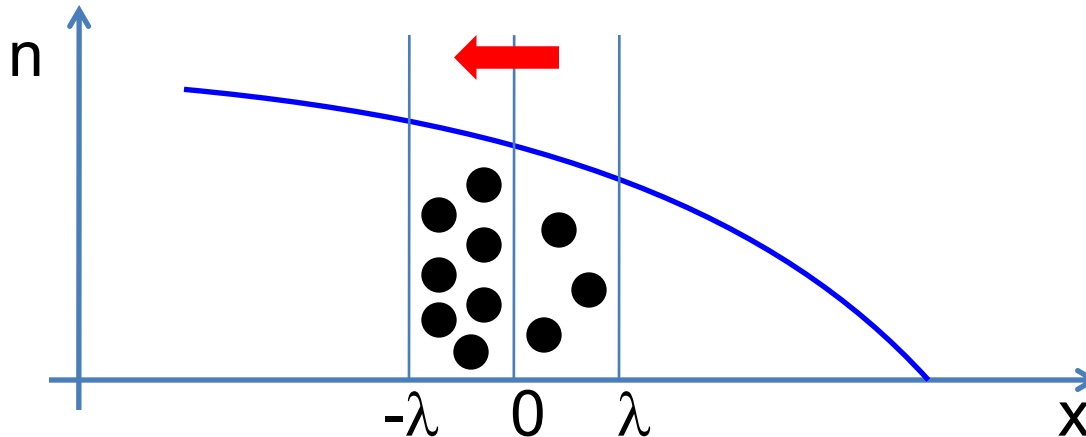


- Flusso $\phi_{\rightarrow}$ (particelle che transitano in un tempo τ dal segmento λ di sinistra a quello di destra):

$$\phi_{\rightarrow} = \frac{1}{2} n \left(-\frac{\lambda}{2} \right) v_{th} \quad [cm^{-2}s^{-1}]$$

- Solo metà delle particelle vanno a destra, le altre vanno a sinistra (in media)

Flusso di diffusione verso sinistra

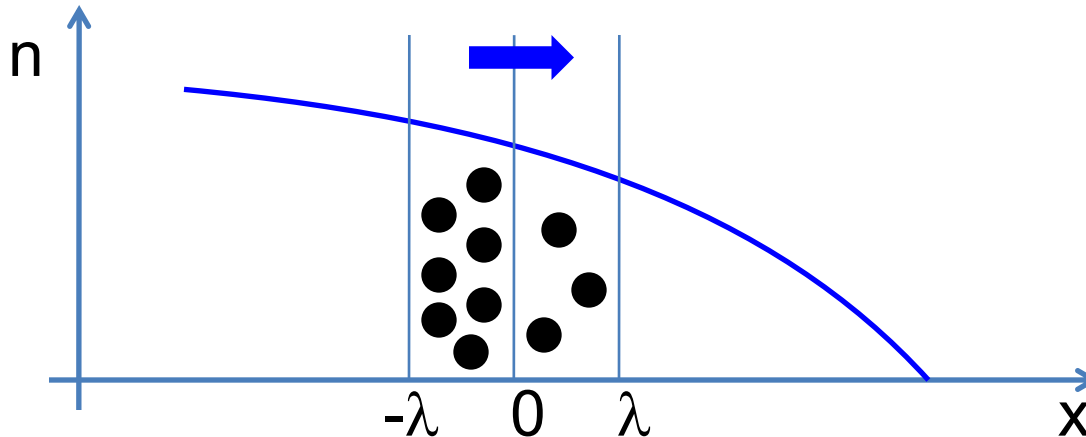


- Flusso $\phi_{\leftarrow}$ (particelle che transitano in un tempo τ dal segmento λ di destra a quello di sinistra):

$$\phi_{\leftarrow} = \frac{1}{2} n \left(+\frac{\lambda}{2} \right) v_{th} \quad [cm^{-2}s^{-1}]$$

- Il flusso netto si ottiene dalla somma algebrica dei contributi

Prima legge di Fick



$$\phi = \phi_{\rightarrow} - \phi_{\leftarrow} = -\frac{1}{2} \mathbf{v}_{th} \left(n\left(+\frac{\lambda}{2}\right) - n\left(-\frac{\lambda}{2}\right) \right)$$

$$\phi \approx -\frac{1}{2} \mathbf{v}_{th} \left(n(0) + \frac{dn}{dx} \frac{\lambda}{2} - n(0) + \frac{dn}{dx} \frac{\lambda}{2} \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{v}_{th} \lambda \frac{dn}{dx} = -D_n \frac{dn}{dx}$$

- Con D_n [cm^2s^{-1}] = diffusività, coefficiente di diffusione

Diffusività

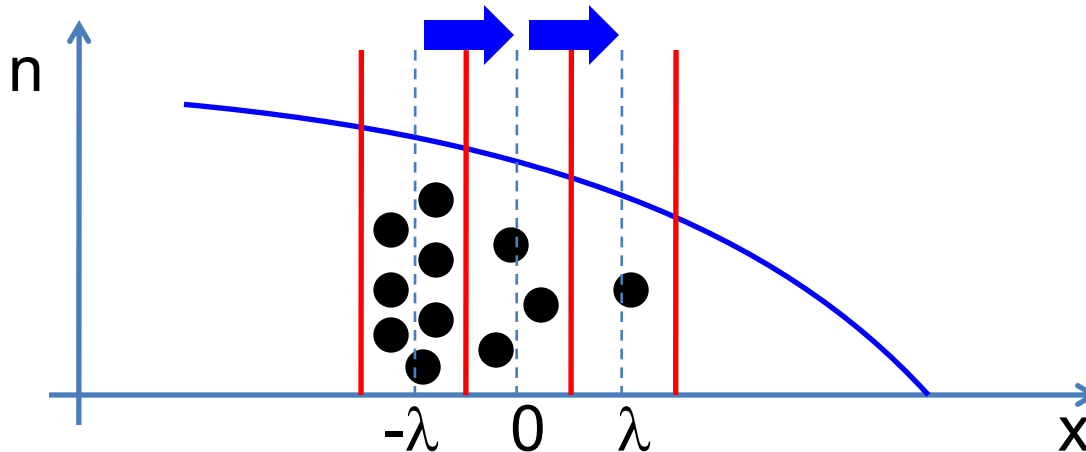
$$\left\{ \begin{array}{l} D_n = \frac{1}{2} v_{th} \lambda \\ \lambda = v_{th} \tau \\ kT = \frac{1}{2} m^* v_{th}^2 \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad D_n = \frac{1}{2} v_{th}^2 \tau = \frac{kT}{m^*} \tau = \frac{kT}{q} \frac{q\tau}{m^*} = \frac{kT}{q} \mu_n$$

- Oppure in termini della tensione termica:

$$D_n = V_{th} \mu_n \qquad D_p = V_{th} \mu_p$$

- Questa va sotto il nome di legge di Einstein – la ricaveremo sulla base di altri argomenti più avanti

Seconda legge di Fick



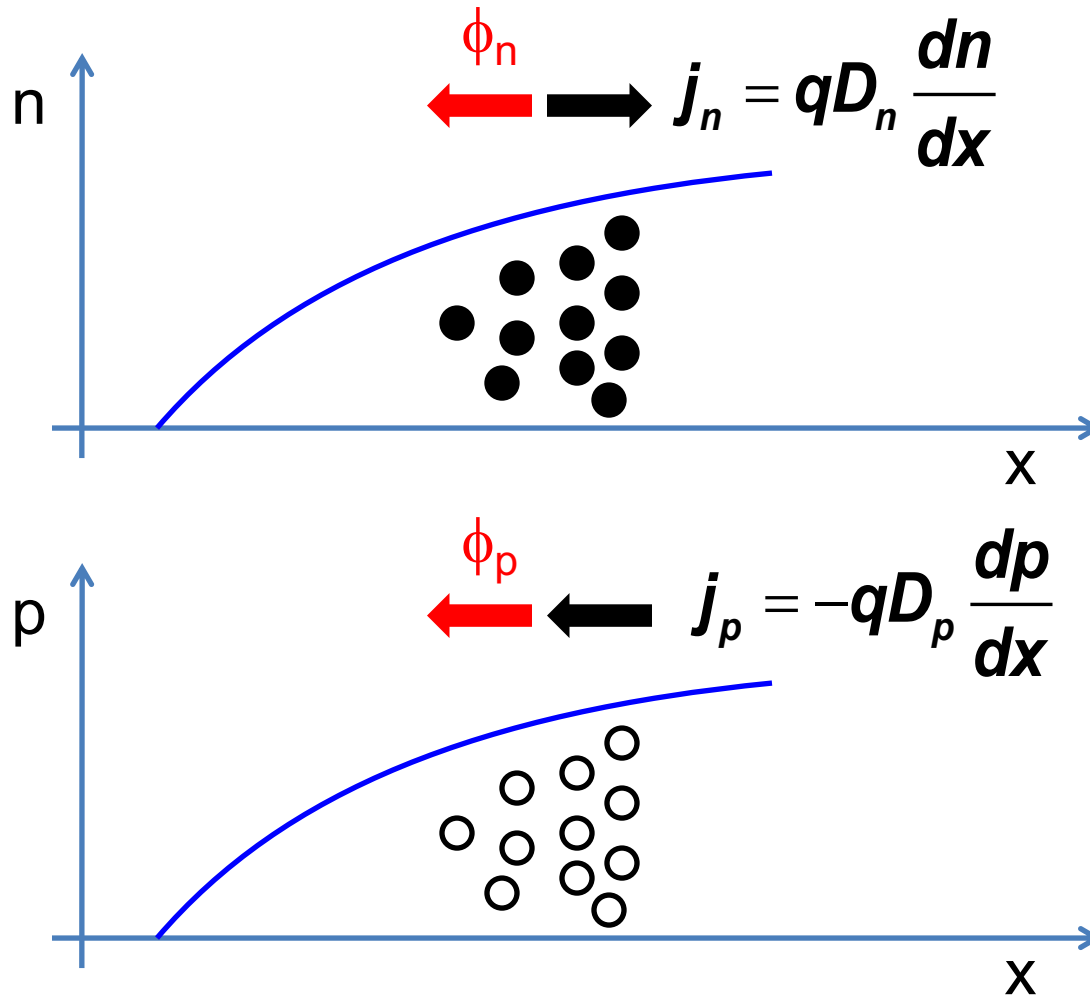
- Bilancio sul segmento λ centrato in 0:

$$\phi\left(-\frac{\lambda}{2}\right) - \phi\left(+\frac{\lambda}{2}\right) = \frac{dn}{dt} \lambda \quad [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}]$$

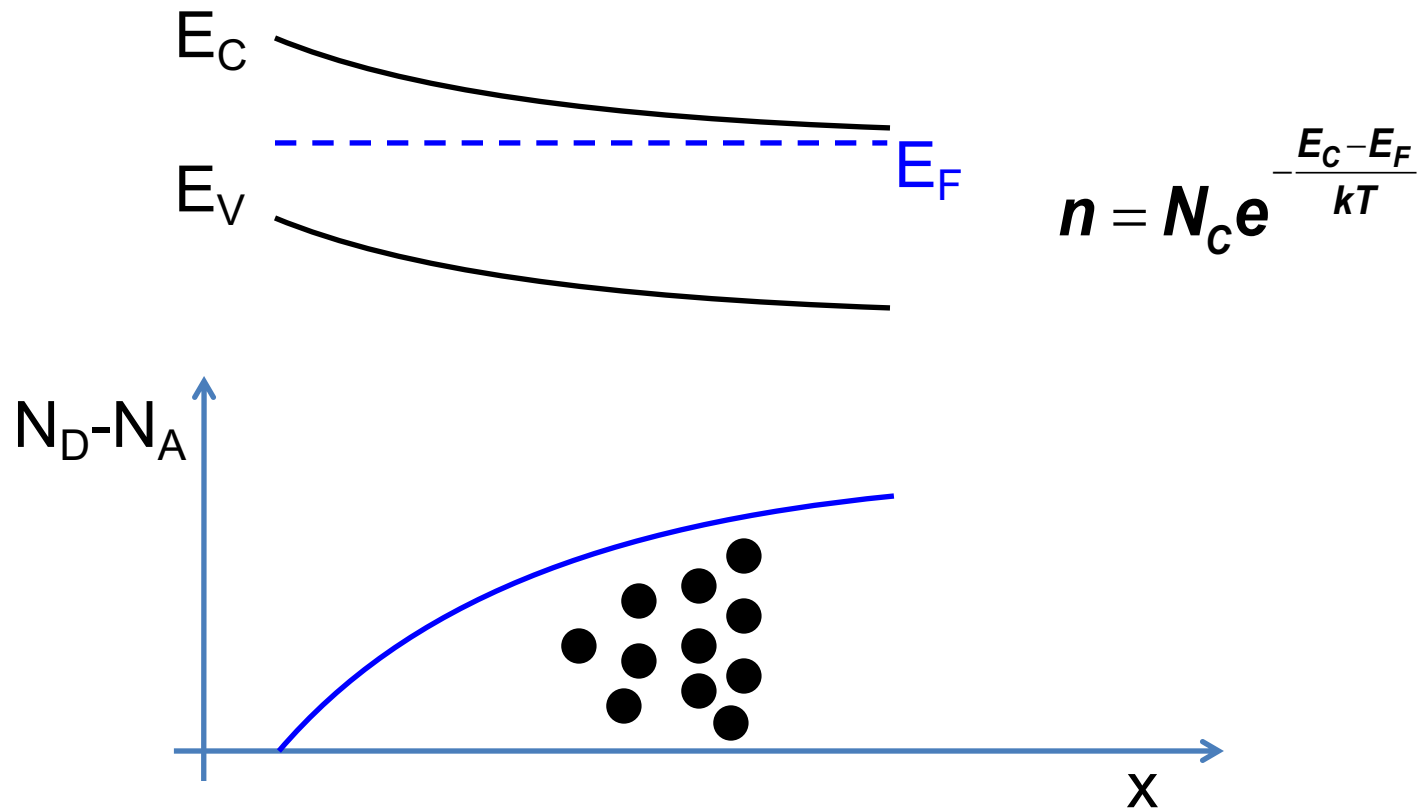
$$-D_n \left. \frac{dn}{dx} \right|_{-\frac{\lambda}{2}} + D_n \left. \frac{dn}{dx} \right|_{+\frac{\lambda}{2}} = D_n \left(\left. \frac{dn}{dx} \right|_0 + \left. \frac{d^2 n}{dx^2} \right|_0 \frac{\lambda}{2} - \left. \frac{dn}{dx} \right|_0 + \left. \frac{d^2 n}{dx^2} \right|_0 \frac{\lambda}{2} \right) =$$

$$D_n \left. \frac{d^2 n}{dx^2} \right|_0 \lambda = \frac{dn}{dt} \lambda \rightarrow \frac{dn}{dt} = D_n \frac{d^2 n}{dx^2}$$

Corrente di diffusione

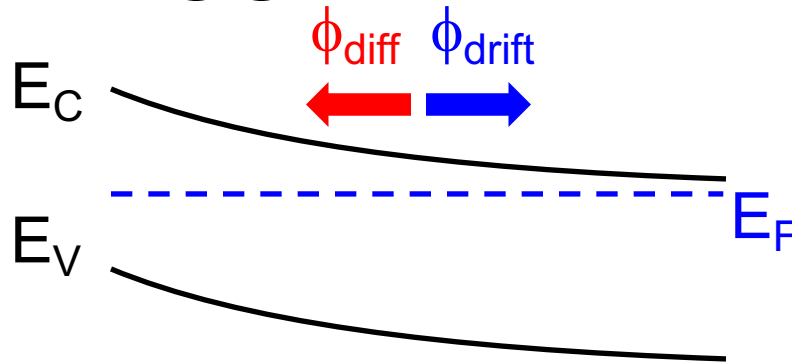


Legge di Einstein



- Si consideri un semiconduttore con drogaggio non omogeneo all'equilibrio
- Drogaggio non omogeneo $\rightarrow E_C - E_F$ non uniforme
- All'equilibrio $\rightarrow E_F = \text{costante}$

Legge di Einstein



$$j_n = qn\mu_n F + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

$$F = -\frac{dV}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_C}{dx} \rightarrow j_n = n\mu_n \frac{dE_C}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

$$n = N_C e^{-\frac{E_C - E_F}{kT}} \rightarrow j_n = -n\mu_n kT \frac{d \log n}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx} = -\mu_n kT \frac{dn}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx} = 0$$

$$D_n = \mu_n \frac{kT}{q}$$

Corrente totale

- Corrente di elettroni: $j_n = qn\mu_n F + qD_n \frac{dn}{dx}$
- Corrente di lacune: $j_p = qp\mu_p F - qD_p \frac{dp}{dx}$
- Corrente totale:

$$j = j_n + j_p = qn\mu_n F + qD_n \frac{dn}{dx} + qp\mu_p F - qD_p \frac{dp}{dx}$$

- 3D:

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p = qn\mu_n \vec{F} + qD_n \vec{\nabla} n + qp\mu_p \vec{F} - qD_p \vec{\nabla} p$$

Conclusioni

- Il diagramma a bande ci aiuta nella comprensione e descrizione del trasporto nei semiconduttori
- Corrente di drift descritta dal concetto di mobilità, a parte effetti ad alti campi: saturazione e overshoot di velocità
- L'effetto Hall offre la possibilità di misurare la mobilità e la concentrazione di drogante
- Corrente di diffusione, link con il drift mediante la legge di Einstein