Elettronica dello Stato Solido Lezione 14: Equazioni del trasporto



Daniele lelmini

DEIB – Politecnico di Milano daniele.ielmini@polimi.it

Outline

- Introduzione
- Modello drift diffusion
- Equazioni di continuità
- Equazioni di diffusione dei minoritari
- Generazione ricombinazione
- Conclusioni

Introduzione

- Obiettivo: impostare il problema del trasporto in un dispositivo a semiconduttore, in presenza di:
 - Tensioni, quindi campi elettrici
 - Gradienti di concentrazione
 - Effetti di generazione, ricombinazione, iniezione (non equilibrio)

Stato stazionario

- Corrente di elettroni: $j_n = qn\mu_n F + qD_n \frac{dn}{dx}$
- Corrente di lacune: $j_p = qp\mu_p F qD_p \frac{dp}{dx}$
- Corrente totale a stato stazionario:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p = \mathbf{q} \mathbf{n} \mu_n \mathbf{F} + \mathbf{q} \mathbf{D}_n \frac{\mathbf{d} \mathbf{n}}{\mathbf{d} \mathbf{x}} + \mathbf{q} \mathbf{p} \mu_p \mathbf{F} - \mathbf{q} \mathbf{D}_p \frac{\mathbf{d} \mathbf{p}}{\mathbf{d} \mathbf{x}}$$

Stato transitorio

- Corrente di spostamento: $\mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \mathbf{t}}$
- Non si tratta di corrente di particelle, ma è legata alla variazione della polarizzazione del mezzo

 importante nei dielettrici e nella regione svuotata del semiconduttore
- Corrente totale nel transitorio:

$$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{j_n} + \boldsymbol{j_p} + \boldsymbol{j_D}$$

Livelli di quasi-Fermi

 Livelli di quasi-Fermi = livelli di energia F_n, F_p che soddisfano le condizioni:

$$n = n_i e^{\frac{F_n - E_i}{kT}}$$

$$F_n = E_i + kT \log \frac{n}{n_i}$$

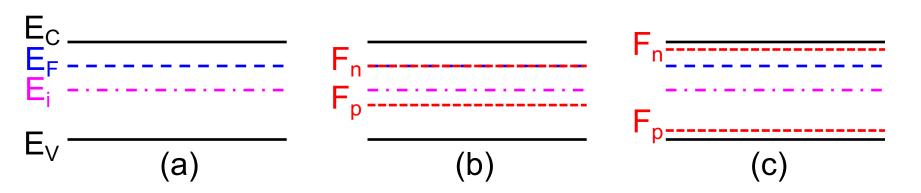
$$P = n_i e^{-\frac{F_p - E_i}{kT}}$$

$$F_p = E_i - kT \log \frac{p}{n_i}$$

- Nota: il livello di Fermi è a rigore definito solo all'equilibrio, dove i quasi Fermi coincidono con il Fermi $E_F = F_n = F_p$
- In condizioni di fuori equilibrio (fotogenerazione, alti campi, forte iniezione, etc.) il livello di Fermi perde di senso e viene sostituito dal livello di quasi Fermi

Esempio

- a) Semiconduttore n con n = N_D = 10^{16} cm⁻³, equilibrio (e.g. n_i = 10^{10} cm⁻³ \rightarrow p = 10^4 cm⁻³)
- b) Lo stesso semiconduttore n a seguito di fotogenerazione con n' = p' = 10¹⁴ cm⁻³
- c) Lo stesso semiconduttore n a seguito di fotogenerazione con n' = p' = 10¹⁸ cm⁻³



Equazioni di corrente con F_n, F_p

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d}{dx} n_i e^{-\frac{F_p - E_i}{kT}} = \frac{n_i}{kT} e^{-\frac{F_p - E_i}{kT}} \left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dF_p}{dx} \right) = \frac{qp}{kT} F - \frac{p}{kT} \frac{dF_p}{dx}$$

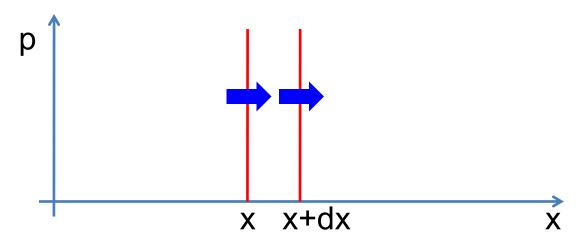
$$j_{p} = qp\mu_{p}F - qD_{p}\frac{dp}{dx} = qp\mu_{p}F - qD_{p}\frac{qp}{kT}F + qD_{p}\frac{p}{kT}\frac{dF_{p}}{dx}$$

$$j_{p} = \mu_{p} p \frac{dF_{p}}{dx}$$

$$j_{n} = \mu_{n} n \frac{dF_{n}}{dx}$$

• F_p, F_n da sostituire con E_F in caso di equilibrio

Equazioni di continuità



$$\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} d\boldsymbol{x} = \frac{1}{\boldsymbol{q}} \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{x}) - \frac{1}{\boldsymbol{q}} \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{x} + d\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{\boldsymbol{q}} \frac{\partial \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} d\boldsymbol{x} \qquad \qquad \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} = -\frac{1}{\boldsymbol{q}} \frac{\partial \boldsymbol{j}_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}}$$

- Con generazione/ricombinazione: \$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{a} \frac{\partial j_p}{\partial x} + \mathbf{g}_p \mathbf{r}_p\$
 Per ali elettroni:
- Per gli elettroni:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} d\mathbf{x} = -\frac{1}{\mathbf{q}} \mathbf{j}_{n}(\mathbf{x}) + \frac{1}{\mathbf{q}} \mathbf{j}_{n}(\mathbf{x} + d\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\partial \mathbf{j}_{n}}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{x} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\partial \mathbf{j}_{n}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g}_{n} - \mathbf{r}_{n}$$

Diffusione di minoritari

- Sotto alcune ipotesi aggiuntive, è possibile dare all'equazione di continuità per i minoritari (n_p o p_n) una forma più specifica:
 - F≈0 nella regione di interesse
 - Concentrazioni minoritari all'equilibrio $n_0(x)$ e $p_0(x)$ sono uniformi (indipendenti da x)
 - Iniezione di basso livello: n_p'<<N_A e p_n'<<N_D
 dove n_p' e p_n' sono le concentrazione di elettroni
 e lacune minoritari in eccesso rispetto alla
 concentrazione di equilibrio, e.g. causato da
 effetti di fotogenerazione

Equazione di diffusione minoritari

- Ipotesi: elettroni minoritari in semiconduttore p
- Trascuriamo la componente di deriva perché n_p piccolo (minoritari) e F≈0 (nota: lo stesso non si può dire per i maggioritari!)

$$\mathbf{j}_{n} = \mathbf{q} \mathbf{n} \mu_{n} \mathbf{F} + \mathbf{q} \mathbf{D}_{n} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}} \approx \mathbf{q} \mathbf{D}_{n} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}}$$

• Quindi:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = \mathbf{D}_{\mathbf{n}} \frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mathbf{g}_{\mathbf{n}} - \mathbf{r}_{\mathbf{n}}$$

• Inoltre $n=n_0+n'$, con n_0 indipendente da x e t:

$$\frac{\partial \mathbf{n'}}{\partial t} = \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n'}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mathbf{g_n} - \mathbf{r_n}$$
 (II legge di Fick)

Equazione di diffusione minoritari

• Infine scriviamo la ricombinazione come $r_n=n'/\tau_n$, con τ_n = tempo di ricombinazione dei minoritari (da giustificare più avanti), quindi:

$$\frac{\partial \mathbf{n'_p}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n'_p}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mathbf{g_n} - \frac{\mathbf{n'_p}}{\tau_n}$$

Idem per le lacune:

$$\frac{\partial \mathbf{p'_n}}{\partial t} = \mathbf{D_p} \frac{\partial^2 \mathbf{p'_n}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mathbf{g_p} - \frac{\mathbf{p'_n}}{\tau_p}$$

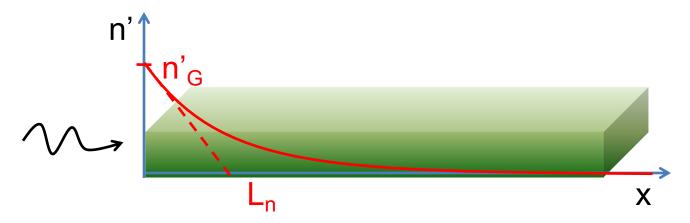
Esempio 1: stazionario disuniforme



- Barretta di semiconduttore p irraggiato su un lato, in modo che n'(0) = n'_G = costante nel tempo. Qual è il profilo stazionario di minoritari?
- $\partial n' / \partial t = 0$ (stazionario)
- $g_n = 0$ (fotogenerazione solo in superficie)

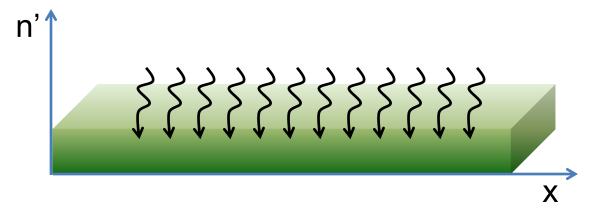
$$\boldsymbol{D_n} \frac{\partial^2 \boldsymbol{n'}}{\partial \boldsymbol{x}^2} = \frac{\boldsymbol{n'}}{\tau_n} \qquad \qquad \frac{\partial^2 \boldsymbol{n'}}{\partial \boldsymbol{x}^2} = \frac{\boldsymbol{n'}}{\tau_n \boldsymbol{D_n}} = \frac{\boldsymbol{n'}}{\boldsymbol{L_n^2}}$$

Esempio 1: stazionario disuniforme



- $L_n = (D_n \tau_n)^{1/2} =$ distanza di ricombinazione, rappresenta la spazio mediamente percorso dal portatore minoritario prima di ricombinare
- Soluzione: $n'(x) = Ae^{\frac{\hat{L}}{L_n}} + Be^{-\frac{\hat{L}}{L_n}}$
- Condizioni al contorno: n'(0) = n_G e n'(∞) = finito, pertanto:
 n'(x) = n'_G e x/_{L_n}

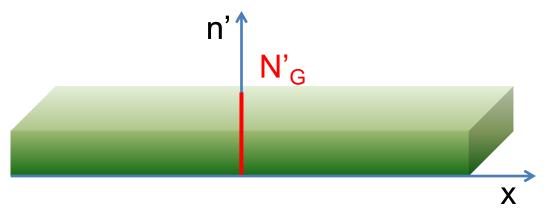
Esempio 2: transitorio uniforme



- Barretta di semiconduttore p irraggiato fino a t=0, caratterizzato da un eccesso uniforme n'_G
- All'istante t=0 la sorgente di generazione viene spenta: qual è l'evoluzione della concentrazione di minoritari?
- $\partial^2 n' / \partial x^2 = 0$ (profilo uniforme)
- $g_n = 0$ (generazione spenta per t>0)

$$\frac{\partial \mathbf{n'}}{\partial t} = -\frac{\mathbf{n'}}{\tau_n} \qquad \qquad \qquad \qquad \mathbf{n'}(t) = \mathbf{n'}_{\mathbf{G}} \, \mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau_n}}$$

Esempio 3: transitorio disuniforme



- Barretta di semiconduttore p irraggiata con un impulso in t = 0, x=0 in modo da creare una delta di minoritari in eccesso, numero totale $N'_{G} = \int_{0}^{+\infty} n'(x,0) dx = \int_{0}^{+\infty} N'_{G} \delta(x) dx = \int_{0}^{+\infty} N'_{G} \delta($
- Evoluzione per t>0?
- $g_n = 0$ (generazione spenta per t>0)

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{t}} = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{d} \mathbf{j}_n}{\mathbf{d} \mathbf{x}} + \mathbf{g}_n - \mathbf{r}_n$$

Esempio 3: soluzione

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{d} \mathbf{j}_n}{\mathbf{d} \mathbf{x}} + \mathbf{g}_n - \mathbf{r}_n = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d} \mathbf{x}} \left(\mathbf{q} \mathbf{D}_n \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{q} \mu_n \mathbf{n} \mathbf{F} \right) + \mathbf{g}_n - \mathbf{r}_n$$

$$= \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mu_n \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \mathbf{x}} + \mu_n \mathbf{n} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{g_n} - \frac{\mathbf{n'}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial \mathbf{n'}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n'}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mu_n \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{n'}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\mathbf{n'}}{\tau_n}$$

- La soluzione è del tipo: $n'(x,t) = n''(x,t)e^{-\frac{t}{\tau_n}}$ Sostituendo: $\frac{\partial n''}{\partial t}e^{\frac{t}{\tau_n}} / \frac{n'}{\tau_n} = D_n \frac{\partial^2 n''}{\partial x^2}e^{\frac{t}{\tau_n}} + \mu_n F \frac{\partial n''}{\partial x}e^{\frac{t}{\tau_n}} \frac{n'}{\tau_n}$ $\frac{\partial \mathbf{n''}}{\partial t} = \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n''}}{\partial \mathbf{v}^2} + \mu_n \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{n''}}{\partial \mathbf{v}}$

D. Ielmini – Elettronica dello Stato Solido 14

Esempio 3: soluzione

$$\frac{\partial \mathbf{n''}}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{D_n} \frac{\partial^2 \mathbf{n''}}{\partial \mathbf{x}^2} + \mu_n \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{n''}}{\partial \mathbf{x}}$$

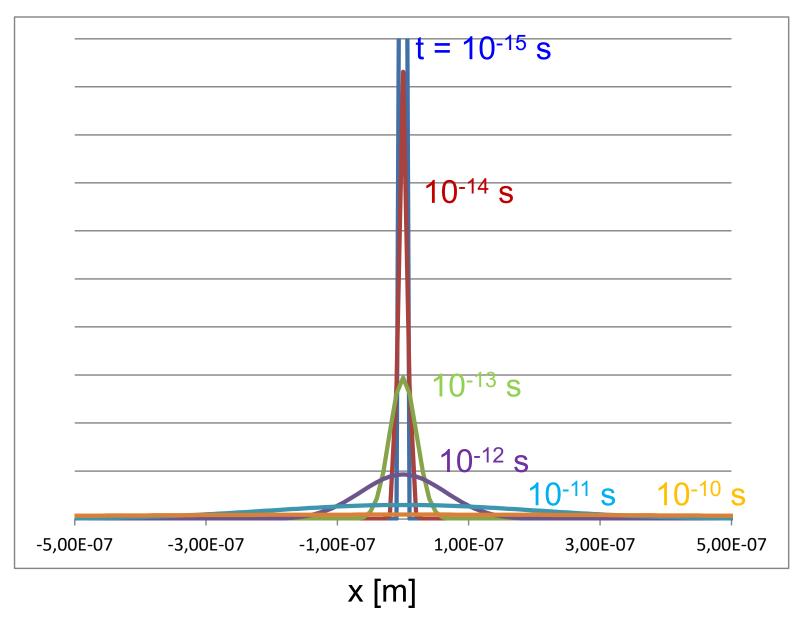
 La soluzione che si ottiene (metodo della trasformata di Laplace) è:

$$\boldsymbol{n}''(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \frac{\boldsymbol{N'}_{G}}{\sqrt{4\pi\boldsymbol{D}_{n}\boldsymbol{t}}} e^{-\frac{(\boldsymbol{x}+\mu_{n}\boldsymbol{F}\boldsymbol{t})^{2}}{4\boldsymbol{D}_{n}\boldsymbol{t}}}$$

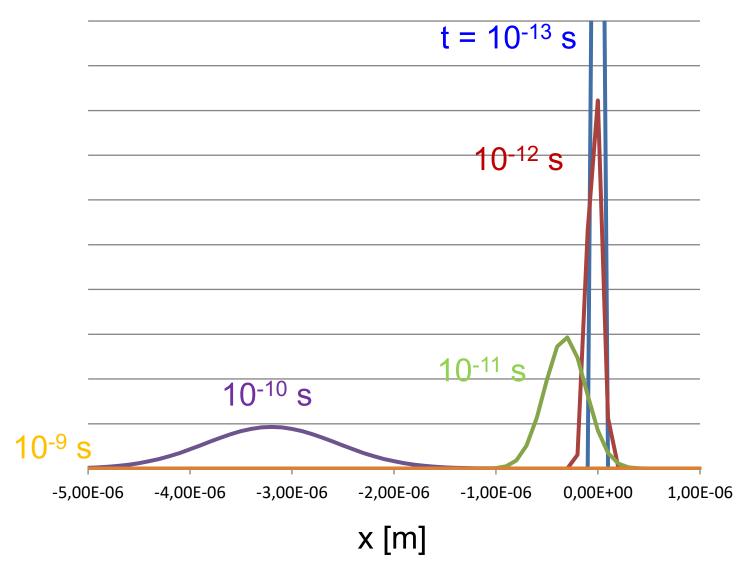
• E quindi:

$$n'(x,t) = \frac{N'_{G}e^{-\frac{t}{\tau_{n}}}}{\sqrt{4\pi D_{n}t}}e^{-\frac{(x+\mu_{n}Ft)^{2}}{4D_{n}t}}$$

Soluzione per F=0



Soluzione per F applicato



Outline

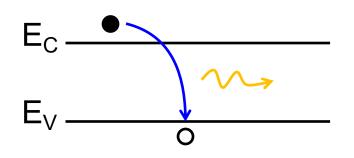
- Introduzione
- Modello drift diffusion
- Equazioni di continuità
- Equazioni di diffusione dei minoritari
- Generazione ricombinazione
- Conclusioni

Equazioni di continuità

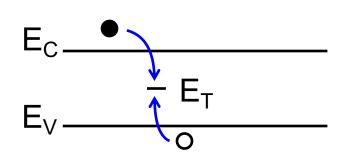
$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{d} \mathbf{j}_{p}}{\mathbf{d} \mathbf{x}} + \mathbf{g}_{p} - \mathbf{r}_{p} \qquad \qquad \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = \frac{1}{\mathbf{q}} \frac{\mathbf{d} \mathbf{j}_{n}}{\mathbf{d} \mathbf{x}} + \mathbf{g}_{n} - \mathbf{r}_{n}$$

- Il rate di variazione della concentrazione dall'equazione di continuità include:
 - Divergenza della corrente (drift + diffusione)
 - Tasso di generazione g_n, g_p (generazione termica, fotogenerazione, generazione ad alti campi)
 - Tasso di ricombinazione r_n, r_p (annihilazione elettrone lacuna)
- Quali sono i meccanismi fisici della G R?

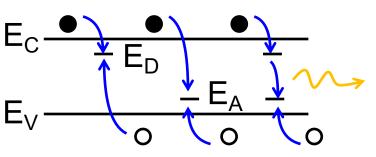
Meccanismi di ricombinazione – 1



a) Banda – banda (radiativo)

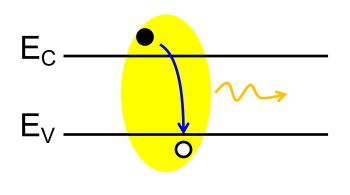


b) Centro di ricombinazione 'deep' (non radiativo)

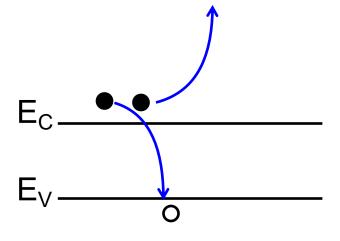


c) Accettore/donore
'shallow' (radiativo –
improbabile a
temperature non troppo
basse, alta ionizzazione)

Meccanismi di ricombinazione – 2



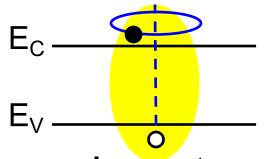
 d) Eccitone (libero o legato a sito donore/accettore, radiativo)



e) Ricombinazione Auger (processo a tre corpi, non radiativo)

Eccitone

 Un elettrone in BC ed una lacuna in BV si legano con interazione coulombiana



Modello dell'idrogeno (come per lo stato donore):

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\boldsymbol{m}\boldsymbol{q}^4}{2(4\pi\varepsilon\hbar)^2} = \frac{\boldsymbol{m}_{ex}^* / \boldsymbol{m}_0}{\varepsilon^2} \boldsymbol{R} \boldsymbol{y}$$

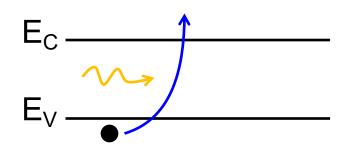
dove m*_{ex} = massa ridotta della coppia interagente: 1 1 1

$$\frac{1}{\boldsymbol{m}_{\mathsf{ex}}^*} = \frac{1}{\boldsymbol{m}_{\mathsf{e}}^*} + \frac{1}{\boldsymbol{m}_{\mathsf{h}}^*}$$

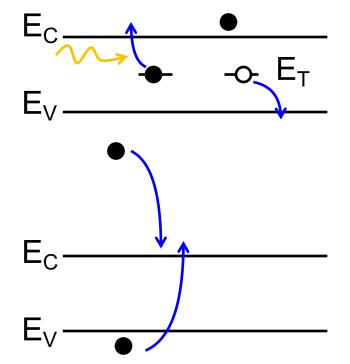
con m*_e, m*_h = masse efficaci di conducibilità

• Breve vita media (lifetime = 10⁻⁹ s) prima di ricombinare

Meccanismi di generazione



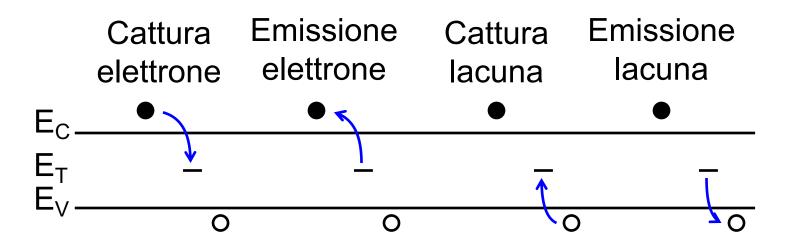
a) Banda – banda (fotogenerazione, generazione termica)



- b) Centro di generazione 'deep' (fotoemissione, generazione termica)
- c) Ionizzazione ad impatto: elettrone 'caldo' rilassa in banda di conduzione generando coppia e-h

Modello di Shockley-Hall-Read

- Nei dispositivi a semiconduttori il processo dominante di ricombinazione è normalmente quello a singolo centro (e.g. deep)
- Il modello SHR permette di stimare il rate di G – R dal bilancio di quattro processi elementari:



Cattura elettrone

Il rate di cattura elettrone è dato da:

$$\frac{\partial \boldsymbol{n}}{\partial \boldsymbol{t}}\Big|_{\mathbf{c}} = -\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{n}}\boldsymbol{p}_{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{n} \qquad [\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}]$$

dove

- $-c_n$ [cm³s⁻¹] = coefficiente di cattura elettroni
- p_T [cm⁻³] = concentrazione di lacune intrappolate (siti disponibili per l'elettrone)
- n [cm⁻³] = concentrazione elettroni in banda (particelle disponibili alla cattura)
- Nota: il coefficiente di cattura è dato da c_n = σ_nv_{th}, prodotto della sezione d'urto di cattura (area efficace della trappola ai fini della cattura [cm²]) e velocità termica dell'elettrone [cms⁻¹]

Emissione elettrone

Il rate di emissione elettrone è dato da:

$$\frac{\partial \boldsymbol{n}}{\partial \boldsymbol{t}}\bigg|_{\mathbf{e}} = \mathbf{e}_{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{C}} \qquad [\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}]$$

dove

- $-e_n$ [cm³s⁻¹] = coefficiente di emissione elettroni
- n_T [cm⁻³] = concentrazione di elettroni intrappolati (siti disponibili per la lacuna)
- N_C [cm⁻³] = densità di stati effettiva in banda di conduzione (gli stati sono generalmente quasi tutti disponibili)

Cattura/emissione lacuna

Analogamente otteniamo il rate di cattura lacuna:

 $\left. \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{t}} \right|_{ch} = -\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{p} \qquad \text{[cm}^{-3} \text{s}^{-1}]$

dove

- $-c_p$ [cm³s⁻¹] = coefficiente di cattura lacune
- $n_T [cm^{-3}] = concentrazione di elettroni intrappolati$
- p [cm⁻³] = concentrazione lacune in banda
- E quello di emissione:

$$\left. \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{t}} \right|_{\boldsymbol{e}\boldsymbol{h}} = \mathbf{e}_{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{V}} \qquad [\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}]$$

dove

- $-e_{p}$ [cm³s⁻¹] = coefficiente emissione lacune
- $-p_T$ [cm⁻³] = concentrazione lacune intrappolate
- N_√ [cm⁻³] = densità effettiva in banda di valenza

Rate complessivi

 Quindi i rate di ricombinazione netti, definiti come il tasso di scomparsa di elettroni dalla banda di conduzione e di lacune dalla banda di valenza, sono:

$$\begin{aligned} r_n &= -\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} \bigg|_{\mathbf{ce}} - \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} \bigg|_{\mathbf{ee}} = \mathbf{c}_n \mathbf{p}_T \mathbf{n} - \mathbf{e}_n \mathbf{n}_T \mathbf{N}_{\mathbf{c}} & \text{[cm}^{-3} \text{s}^{-1]} \\ r_p &= -\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \bigg|_{\mathbf{ch}} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} \bigg|_{\mathbf{eh}} = \mathbf{c}_p \mathbf{n}_T \mathbf{p} - \mathbf{e}_p \mathbf{p}_T \mathbf{N}_{\mathbf{V}} & \text{[cm}^{-3} \text{s}^{-1]} \end{aligned}$$

 I rate sono positivi se c'è, al netto, ricombinazione – negativi se prevale la generazione

Condizioni di equilibrio

- All'equilibrio (stato del sistema a temperatura costante, non disturbato da forze esterne e.g. campi elettrici e/o magnetici) vale il bilancio dettagliato: ogni processo fondamentale si bilancia perfettamente con il processo opposto, e.g. la cattura e l'emissione di elettroni si devono bilanciare (r_n = 0), idem per le lacune (r_p = 0)
- È condizione sufficiente (ma non necessaria) per la stazionarietà
- Permette di risalire alla relazione fondamentale che lega i coefficienti di cattura ed emissione

Bilancio dettagliato

All'equilibrio dunque vale:

$$c_{n}p_{T}n = e_{n}n_{T}N_{c} \rightarrow e_{n} = \frac{p_{T}n}{n_{T}N_{c}}c_{n} = \alpha_{1}c_{n}$$

$$c_{p}n_{T}p = e_{p}p_{T}N_{V} \rightarrow e_{p} = \frac{n_{T}p}{p_{T}N_{V}}c_{p} = \beta_{1}c_{p}$$

- Nota: stiamo assumendo che i coefficienti di cattura/emissione rimangano uguali al valore osservato all'equilibrio
- I tassi di ricombinazione allora diventano:

$$r_n = c_n (p_T n - \alpha_1 N_C n_T)$$

 $r_p = c_p (n_T p - \beta_1 N_V p_T)$

Proporzionalità cattura-emissione

I coefficienti di proporzionalità sono:

$$\alpha_{1} = \frac{\boldsymbol{p_{T}}\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n_{T}}\boldsymbol{N_{C}}} = \frac{(\boldsymbol{N_{T}} - \boldsymbol{n_{T}})}{\boldsymbol{n_{T}}} \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{N_{C}}} = \left(\frac{\boldsymbol{N_{T}}}{\boldsymbol{n_{T}}} - 1\right) \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{N_{C}}}$$
$$\beta_{1} = \frac{\boldsymbol{n_{T}}\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p_{T}}\boldsymbol{N_{V}}} = \frac{\boldsymbol{n_{T}}}{\boldsymbol{N_{T}} - \boldsymbol{n_{T}}} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{N_{V}}} = \frac{1}{\left(\frac{\boldsymbol{N_{T}}}{\boldsymbol{n_{T}}} - 1\right)} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{N_{V}}}$$

· Ricordiamo che:

$$\frac{\mathbf{n}_{T}}{\mathbf{N}_{T}} = \frac{1}{\mathbf{e}^{\frac{\mathbf{E}_{T} - \mathbf{E}_{F}}{\mathbf{k}^{T}}} + 1}$$

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$$

$$p = N_v e^{\frac{E_v - E_F}{kT}}$$

Proporzionalità e intepretazione

• Quindi:
$$\alpha_1 = \left(\mathbf{e}^{\frac{\mathbf{E}_T - \mathbf{E}_F}{\mathbf{k}T}} + 1 - 1\right)\mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{E}_C - \mathbf{E}_F}{\mathbf{k}T}} = \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{E}_C - \mathbf{E}_T}{\mathbf{k}T}}$$

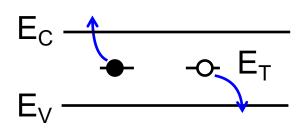
$$\beta_{l} = \frac{1}{e^{\frac{E_{V} - E_{F}}{kT}} + 1 - 1} e^{\frac{E_{V} - E_{F}}{kT}} = e^{\frac{E_{V} - E_{T}}{kT}}$$
• Le relazioni:
$$e_{n} = e^{\frac{-E_{C} - E_{T}}{kT}} c_{n}$$

$$e_{p} = e^{\frac{E_{V} - E_{T}}{kT}} c_{p}$$

$$E_{V}$$

$$\mathbf{e}_{n} = \mathbf{e}^{-\frac{E_{C}-E_{T}}{kT}} \mathbf{c}_{n}$$

$$\mathbf{e}_{p} = \mathbf{e}^{\frac{E_{V}-E_{T}}{kT}} \mathbf{c}_{p}$$



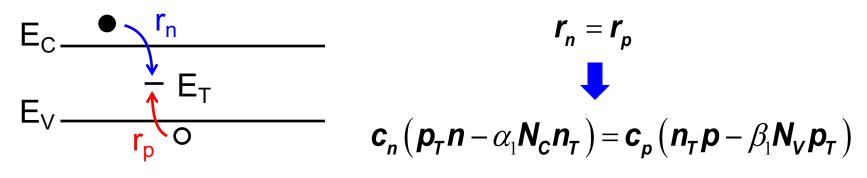
indicano che il coefficiente di emissione è uguale a quello di cattura moltiplicato per la probabilità di eccitazione termica dal livello di trappola E_T a quello di banda, E_C per elettroni e E_V per lacune, indipendente da E_F

Stato stazionario

- È definito come quello stato in cui tutte le grandezze (e.g. temperature, campi, concentrazioni di portatori liberi e intrappolati) sono invarianti nel tempo
- Differisce dallo stato di equilibrio (i.e. non vale il bilancio dettagliato), che è un particolare stato stazionario
- Lo stato (quasi) stazionario è generalmente invocato per la soluzione dei problemi di dispositivi a semiconduttore

Ricombinazione in stato stazionario

 La concentrazione di elettroni intrappolati non può variare nel tempo, quindi:



• Essendo $p_T = N_T - n_T$:

$$\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{n}-\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{n}-\boldsymbol{\alpha}_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}})=\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{p}}(\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{p}-\beta_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{T}}+\beta_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{T}})$$

Esplicitando n_T:

$$\boldsymbol{n_T} = \boldsymbol{N_T} \frac{\boldsymbol{c_n} \boldsymbol{n} + \boldsymbol{c_p} \beta_1 \boldsymbol{N_V}}{\boldsymbol{c_p} \boldsymbol{p} + \boldsymbol{c_p} \beta_1 \boldsymbol{N_V} + \boldsymbol{c_n} \boldsymbol{n} + \boldsymbol{c_n} \alpha_1 \boldsymbol{N_C}}$$

Ricombinazione in stato stazionario

• Definiamo n₁ e p₁ come:

$$oldsymbol{n}_1 = lpha_1 oldsymbol{N}_C = oldsymbol{N}_C \mathbf{e}^{-rac{oldsymbol{E}_C - oldsymbol{E}_T}{oldsymbol{k}T}}$$
 $oldsymbol{p}_1 = eta_1 oldsymbol{N}_V = oldsymbol{N}_V \mathbf{e}^{rac{oldsymbol{E}_V - oldsymbol{E}_T}{oldsymbol{k}T}}$

 Cioè n₁ e p₁ sarebbero le concentrazioni di elettroni e lacune se E_F coincidesse con E_T.
 Otteniamo la formula semplificata:

$$oldsymbol{n_T} = oldsymbol{N_T} rac{oldsymbol{c_n} oldsymbol{n} + oldsymbol{c_p} oldsymbol{p}_1}{oldsymbol{c_p} oldsymbol{p} + oldsymbol{c_p} oldsymbol{p}_1 + oldsymbol{c_n} oldsymbol{n}_1 + oldsymbol{c_n} oldsymbol{n}_1$$

• Che sostituiamo in r_n (= r_p) definito come R:

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_n = \mathbf{c}_n \left((\mathbf{N}_T - \mathbf{n}_T) \mathbf{n} - \mathbf{n}_1 \mathbf{n}_T \right) = \dots$$

Formula di SHR

Dopo alcuni passaggi si ottiene:

$$R = \frac{np - n_i^2}{\frac{n + n_1}{c_p N_T} + \frac{p + p_1}{c_n N_T}}$$

• Possiamo ora definire i tempi di ricombinazione dei minoritari:

$$\tau_n = \frac{1}{c_n N_{\tau}} \quad [s]$$

$$\tau_{p} = \frac{1}{\boldsymbol{c}_{p} \boldsymbol{N}_{T}} \quad [s]$$

Per ottenere infine:

$$R = \frac{np - n_i^2}{\tau_p (n + n_1) + \tau_n (p + p_1)}$$

- Significato:
 - $-np > n_i^2 \rightarrow R>0$ (prevale la ricombinazione)
 - $-np < n_i^2 \rightarrow R<0$ (prevale la generazione)

Limite di bassa iniezione

- La formula di SHR dà il tasso di G R in caso di non-equilibrio (np ≠ n_i²), questo può essere dovuto a fotogenerazione (irraggiamento laser) o iniezione di portatori indotta dal campo (e.g. nei pressi della zona svuotata in un diodo, oppure nella base di un transistore bipolare), etc.
- La condizione di bassa iniezione è una sorta di leggero non-equilibrio dove l'eccesso di portatori è trascurabile rispetto alla concentrazione di maggioritari:
 - -n', p' $<< n_0$ in semiconduttore n
 - -n', $p' >> p_0$ in semiconduttore p

SHR – bassa iniezione

• Ipotizzando anche che E_T sia sufficientemente prossimo al livello intrinseco in modo che $n_1 \approx p_1 \approx n_i$, la formula di SHR in condizione di bassa iniezione diventa:

$$R \approx \frac{(n_0 + n')(p_0 + p') - n_i^2}{\tau_p(n_0 + n' + n_i) + \tau_n(p_0 + p' + p_i)} = \frac{n_0 p_0 + n' p_0 + n_0 p' + n' p' - n_i^2}{\tau_p(n_0 + n' + n_i) + \tau_n(p_0 + p' + p_i)}$$

Assumiamo che si tratti di semiconduttore n:

$$R \approx \frac{n' p_0 + n_0 p'}{\tau_p (n_0 + n' + n_i) + \tau_p (p_0 + p' + p_i)} \approx \frac{n_0 p'}{\tau_p n_0} = \frac{p'}{\tau_p}$$
• Per semiconduttore p:
$$R \approx \frac{n_0 p'}{\tau_p n_0} = \frac{p'}{\tau_p n_0}$$

Nota

- La formula di ricombinazione semplificata (e.g. r_n=n'/τ_n per semiconduttore p) è quella utilizzata nell'equazione di diffusione dei minoritari
- La cinetica è del primo ordine (R ∞ n') perché il processo è ad un corpo (sequenza alternata di catture elettrone e lacuna)
- Nel caso di ricombinazione banda-banda, la cinetica è del secondo ordine R ∞ n'p' (meccanismo a due corpi elettrone lacuna)
- Nel caso di ricombinazione Auger la cinetica è del terz'ordine R ∞ n'²p' (meccanismo a tre corpi elettrone-lacuna-elettrone)

Conclusioni

- Le formule analitiche per i flussi di drift e diffusione permettono di ricavare equazioni descrittive del bilancio di portatori nei semiconduttori (equazione di continuità, equazione di diffusione minoritari)
- Modello di SHR permette di dare semplice forma analitica al tasso di ricombinazione