

1. Si consideri la relazione di dispersione delle bande di conduzione e di valenza di un cristallo 3D con struttura fcc in Fig. 1, dove  $m_1^* = 0.7m_0$  e  $m_2^* = 0.3m_0$ , e  $E_F = -0.5$  eV. Dopo aver classificato il materiale (metallo o semiconduttore), si calcoli la massa DOS e la concentrazione degli elettroni in banda di conduzione a temperatura ambiente.
2. Un elettrone ed una lacuna in un semiconduttore 1D sono accelerati da un campo  $F = 10$  kV/cm. Il minimo della banda di conduzione ed il massimo della banda di valenza sono entrambi in  $k = 0$ . Sapendo che la velocità dell'elettrone è il doppio di quella della lacuna, e che i due portatori sono caratterizzati dallo stesso tempo di rilassamento del momento  $\tau_m = 3 \times 10^{-13}$  s, calcolare i  $k$  stazionari delle due particelle e il rapporto delle due masse efficaci.
3. Si consideri la relazione di dispersione per le bande di valenza e di conduzione di un semiconduttore generico in Fig. 2. Un elettrone viene promosso in banda di conduzione mediante assorbimento di un fotone (1→2). Valutare la massima lunghezza d'onda  $\lambda$  dell'onda elettromagnetica che consenta questo processo, e il corrispondente  $k$  dell'elettrone coinvolto. In questa condizione, l'elettrone promosso in banda di conduzione transisce sul fondo della banda (2→3) mediante assorbimento di fononi di energia pari a 28 meV. Valutare il momento medio dei fononi coinvolti nel processo.
4. Si calcolino le masse DOS e di conducibilità di un semiconduttore con 2 bande di valenza degeneri di lacuna pesante e leggera ( $m_{hh}^* = 0.9m_0$  e  $m_{lh}^* = 0.6m_0$ ). Per il calcolo della massa di conduzione, si assuma inizialmente pari popolazione di lacune nelle due bande. Come cambia il risultato se si tiene conto della diversa occupazione delle bande?
5. Si consideri un metallo con struttura cubica fcc con minimo della banda di conduzione nel punto L della prima zona di Brillouin. Calcolare la concentrazione di portatori sapendo che il livello di Fermi ha energia  $E_F = E_C + 1.5$  eV, note le masse longitudinali  $m_l^* = 1.5m_0$  e trasversali  $m_t^* = 0.25m_0$ .
6. In un campione di silicio all'equilibrio termodinamico ( $\mu_n = 1100$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>), il fondo della banda di conduzione è descritto dalla relazione  $E_C = E_F + 4kT + kT \log(1 + 10x/a)$ , dove  $a = 1$  μm e  $0 < x < a$ . Si rappresenti il corrispondente profilo di drogaggio, del campo elettrico e delle correnti di deriva e di diffusione.
7. Un campione di silicio è drogato  $N_D = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>. Sapendo che gli atomi donori introducono degli stati ad un'energia  $E_D = E_C - 35$  meV, si valuti la frazione di stati donori non ionizzati  $f_{ni}$  a 300 K. Come cambia  $f_{ni}$  quando il drogaggio viene triplicato? Si calcoli in questa seconda condizione la concentrazione di elettroni a 750 K.
8. Una barretta di semiconduttore è sottoposta all'esperimento in Fig. 3. A fronte di una tensione applicata  $V_L = 1$  V, la tensione di Hall  $V_H$  a temperatura ambiente vale -10 mV. Si dica se il semiconduttore è drogato n o p. Sapendo che la corrente  $I_L$  vale 0.8 mA, si valuti la concentrazione di droganti nel semiconduttore. Il campione viene scaldato, portandolo ad una temperatura  $T_2$ . Sapendo che  $V_H$  in questa situazione vale -7 mV, si calcoli  $T_2$ , supponendo che la mobilità sia limitata da scattering fononico.
9. Si consideri una barretta di silicio drogata n con la stessa geometria della barretta in Fig. 3 ( $N_D = 3 \times 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>,  $m_c^* = 0.21m_0$ ). Viene applicata una tensione  $V_L = 0.8$  V, 70 V e 80 V. La corrente misurata nei tre casi vale rispettivamente 0.03 mA, 1 mA e 1 mA. Si rappresenti la velocità degli elettroni in funzione del campo elettrico e si valuti la mobilità elettronica, la velocità di saturazione e il campo elettrico di saturazione. Si stimi infine l'energia del fonone ottico coinvolto nel meccanismo di saturazione della velocità.
10. Si consideri la barretta di germanio drogata  $N_A = 3 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup> in Fig. 4 ( $\mu_n = 1100$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>,  $\tau_n = 1$  μs). Una sorgente luminosa genera un eccesso di portatori in  $x = 0$  pari a  $n' = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>. Sapendo che la concentrazione in  $x = L = 1$  mm corrisponde alla concentrazione all'equilibrio termodinamico  $n_0$ , si calcoli e si rappresenti il profilo di  $n$ , di  $p$ , e dei corrispondenti quasi livelli di Fermi  $E_{Fn}$  e  $E_{Fp}$ . Infine, si rappresenti il profilo della concentrazione dei minoritari quando  $L = 1$  μm.

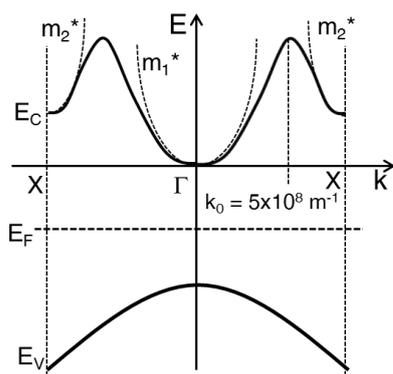


Fig. 1

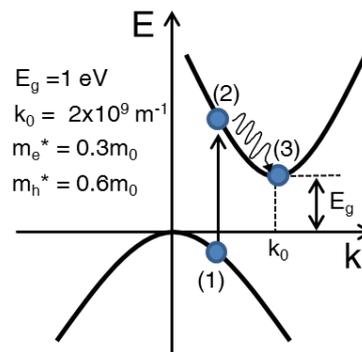


Fig. 2

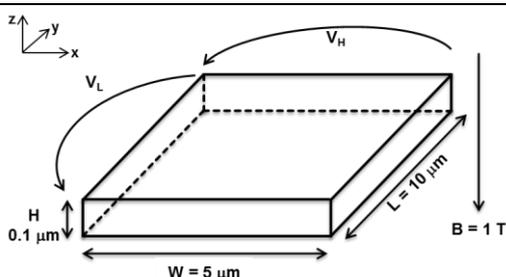


Fig. 3

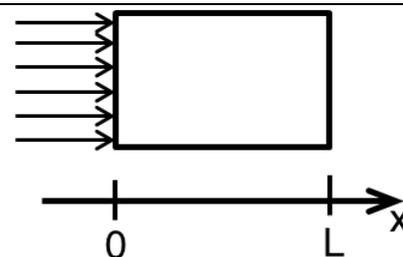


Fig. 4

- Un cristallo con reticolo cubico semplice e passo reticolare  $a = 0.6 \text{ nm}$  è sottoposto ad un esperimento di diffrazione da elettroni. Calcolare la minima tensione di accelerazione  $V_A$  per apprezzare il primo picco di diffrazione associato ai piani (1 2 3). Quale lunghezza d'onda dovrebbero avere le particelle  $\alpha$  ( $m_\alpha = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) per dare luogo alla stessa posizione del picco?
- Due buche a pareti infinite di larghezza  $a = 1 \text{ nm}$  sono separate da un potenziale deltiforme  $V(x) = u_0 \delta(x)$ . Un elettrone si trova in uno stato che è combinazione lineare del terzo e del quarto stato stazionario. Sapendo che la frequenza di oscillazione della densità di probabilità vale  $\nu = 150 \text{ THz}$ , si calcoli il valore di  $u_0$ .
- Si confronti l'energia dello stato fondamentale per un elettrone nel potenziale armonico 1D, 2D e 3D, descritti rispettivamente dalle equazioni  $V(x) = \alpha x^2$ ,  $V(x,y) = \alpha (x^2+y^2)$  e  $V(x,y,z) = \alpha (x^2+y^2+z^2)$ . Determinare  $\alpha$  nel caso 1D affinché l'ampiezza di oscillazione sia dell'ordine di  $0.2 \text{ nm}$ .
- Un elettrone è posto nel primo livello della buca I in Fig. 5. Si valuti l'energia dell'elettrone facendo uso dell'approssimazione di buca a pareti infinite. Si calcoli infine il tempo mediamente impiegato dall'elettrone per passare dalla zona I alla zona III.
- Un elettrone libero a velocità  $v = (kT/m_0)^{1/2}$  a temperatura ambiente incontra una barriera rettangolare di altezza  $50 \text{ meV}$  e larghezza  $a = 4 \text{ nm}$ . Determinare la probabilità di riflessione. Determinare infine i valori di temperatura  $T$  affinché la probabilità di trasmissione sia unitaria.
- Si consideri la relazione di dispersione della banda di conduzione di un cristallo 3D con struttura cubica a facce centrate in Fig. 1, dove  $m_1^* = 0.7m_0$  e  $m_2^* = 0.3m_0$ , e  $E_F = -0.5 \text{ eV}$ . Dopo aver classificato il materiale (metallo o semiconduttore), si calcoli la massa DOS e la concentrazione degli elettroni in banda di conduzione a temperatura ambiente.
- Si consideri un metallo con struttura fcc con minimo della banda di conduzione nel punto L della prima zona di Brillouin. Calcolare la concentrazione di portatori sapendo che il livello di Fermi ha energia  $E_F = E_C + 1.5 \text{ eV}$ , note le masse longitudinali  $m_l^* = 1.5m_0$  e trasversali  $m_t^* = 0.25m_0$ .
- In un campione di silicio all'equilibrio termodinamico ( $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ), il fondo della banda di conduzione è descritto dalla relazione  $E_C = E_F + 4kT + kT \log(1+10x/a)$ , dove  $a = 1 \mu\text{m}$  e  $0 < x < a$ . Si rappresenti il corrispondente profilo di drogaggio, del campo elettrico e delle correnti di deriva e di diffusione.
- Un campione di silicio è drogato  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Sapendo che gli atomi donori introducono degli stati ad un'energia  $E_D = E_C - 35 \text{ meV}$ , si valuti la frazione di stati donori non ionizzati  $f_{ni}$  a  $300 \text{ K}$ . Come cambia  $f_{ni}$  quando il drogaggio viene triplicato? Si calcoli in questa seconda condizione la concentrazione di elettroni a  $750 \text{ K}$ .
- Si consideri la barretta di germanio drogata  $N_A = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  in Fig. 4 ( $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ,  $\tau_n = 1 \mu\text{s}$ ). Una sorgente luminosa genera un eccesso di portatori in  $x = 0$  pari a  $n' = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Sapendo che la concentrazione in  $x = L = 1 \text{ mm}$  corrisponde alla concentrazione all'equilibrio termodinamico  $n_0$ , si calcoli e si rappresenti il profilo di  $n$ , di  $p$ , e dei corrispondenti quasi livelli di Fermi  $E_{Fn}$  e  $E_{Fp}$ . Infine, si rappresenti il profilo della concentrazione dei minoritari quando  $L = 1 \mu\text{m}$ .

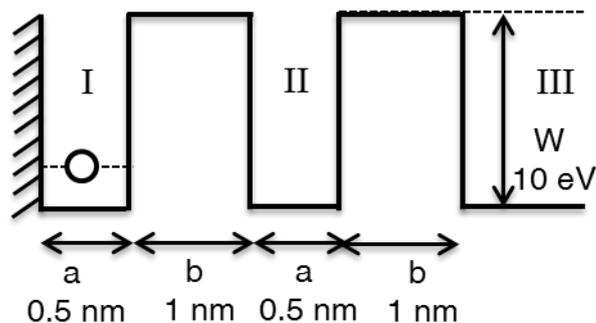


Fig. 5

**Costanti fisiche:**

- massa dell'elettrone
- costante di Planck
- carica elettronica
- costante di Boltzmann
- velocità della luce
- costante dielettrica nel vuoto
- costante di Stephan-Boltzmann
- costante di Wien

- $m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
- $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
- $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
- $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
- $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

- costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$
- concentrazione intrinseca  $n_i$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]
- gap di energia  $E_G$  [eV]
- densità di stati effettiva in banda di conduzione  $N_C$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]
- densità di stati effettiva in banda di valenza  $N_V$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]

Si	Ge
11.7	16
$1.45 \times 10^{10}$	$2.4 \times 10^{13}$
1.12	0.66
$2.8 \times 10^{19}$	$1.04 \times 10^{19}$
$1.04 \times 10^{19}$	$0.6 \times 10^{19}$

- The conduction and valence bands of a 3D crystal with fcc structure is described by the dispersion law in Fig. 1, where  $m_1^* = 0.7m_0$ ,  $m_2^* = 0.3m_0$ , and  $E_F = -0.5$  eV. Is the crystal a semiconductor or a metal? Find the electron DOS mass and the electron concentration in the conduction band at ambient temperature.
- An electron and a hole in a 1D semiconductor are accelerated by an electric field  $F = 10$  kV/cm. The minimum of the conduction band and the maximum of the valence band are both in  $k = 0$ . The electron velocity is twice the hole velocity. The momentum relaxation time for both hole and electron is equal to  $\tau_m = 3 \times 10^{-13}$  s. Find the stationary  $k$  for both electron and hole, and the ratio between the two effective masses.
- Consider the dispersion law of the valence and conduction bands of a semiconductor in Fig. 2. An electron is promoted to the conduction band by absorbing a photon ( $1 \rightarrow 2$ ). Find the maximum light wavelength  $\lambda$  which allows this process, and the corresponding  $k$  of the electron involved in the process. In this condition, the electron promoted in conduction band relaxes to the minimum of the conduction band ( $2 \rightarrow 3$ ) by absorbing phonons with energy equal to 28 meV. Find the average momentum of the phonons involved in this latter process.
- Consider a semiconductor with two degenerated valence bands with heavy and light hole (with effective mass  $m_{hh}^* = 0.9m_0$  and  $m_{lh}^* = 0.6m_0$  respectively). Find the hole DOS and conduction masses. For the calculation of the conduction mass, at first assume an equal population of the two bands. How modifies the result by taking into account the different occupation of the two bands?
- Consider a metal with cubic fcc structure and minimum of the conduction band in the point L of the first Brillouin zone. Find the electron concentration, assuming the Fermi level at  $E_F = E_C + 1.5$  eV, the longitudinal mass  $m_{l1}^* = 1.5m_0$  and the transverse mass  $m_{t1}^* = 0.25m_0$ .
- In a silicon sample at equilibrium ( $\mu_n = 1100$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>), the minimum of the conduction band is described by the equation  $E_C = E_F + 4kT + kT \log(1+10x/a)$ , with  $a = 1$  μm and  $0 < x < a$ . Represent the corresponding dopant, electric field, drift and diffusion current density profiles.
- An n-type silicon sample is doped with  $N_D = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>. The donor atoms introduce localized states at  $E_D = E_C - 35$  meV. Find the non-ionized donor states fraction  $f_{ni}$  at 300 K. Which is the value of  $f_{ni}$  if the doping concentration is triplicated? Find in this second condition the electron concentration at 750 K.
- A semiconductor bar is used in the experiment in Fig. 3. For an applied voltage  $V_L = 1$  V, the Hall voltage  $V_H$  at ambient temperature is equal to -10 mV. Is the semiconductor n or p doped? The measured electric current  $I_L$  is equal to 0.8 mA. Find the dopant concentration in the semiconductor. The sample is heated up to a temperature  $T_2$ . At this temperature  $V_H$  is equal to -7 mV. Find  $T_2$ , assuming that the mobility is limited by phonon scattering.
- Consider an n-type silicon bar with the same geometry of the bar in Fig. 3 ( $N_D = 3 \times 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>,  $m_c^* = 0.21m_0$ ). A voltage  $V_L = 0.8$  V, 70 V e 80 V is applied to the bar. The measured current in the three cases is 0.03 mA, 1 mA and 1 mA respectively. Represent the electron velocity as a function of the electric field and find the electron mobility, the saturation velocity and the saturation field. Then, find the energy of the optical phonon involved in the saturation mechanism.
- Consider the p-doped germanium bar with  $N_A = 3 \times 10^{18}$  cm<sup>-3</sup> in Fig. 4 ( $\mu_n = 1100$  cm<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>,  $\tau_n = 1$  μs). A light beam generates a carrier concentration excess in  $x = 0$  equal to  $n' = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>. The concentration in  $x = L = 1$  mm corresponds to the equilibrium concentration  $n_0$ . Find and represent the  $n$  and  $p$  profiles, and the corresponding quasi-Fermi levels  $E_{Fn}$  e  $E_{Fp}$ . Finally, represent the minority carrier concentration profile when  $L = 1$  μm.

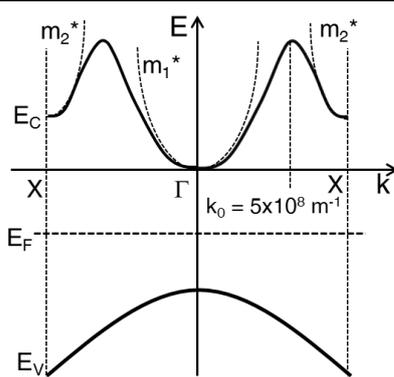


Fig. 1

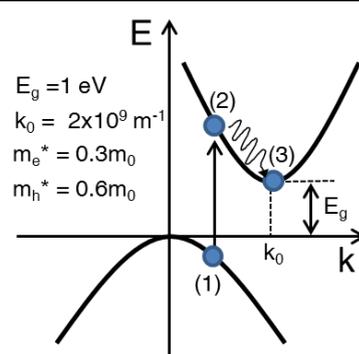


Fig. 2

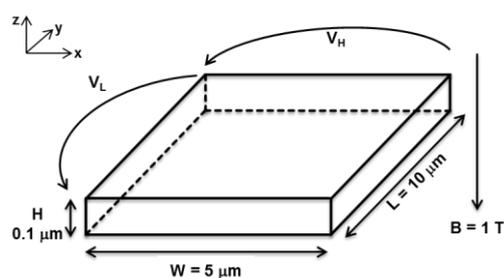


Fig. 3

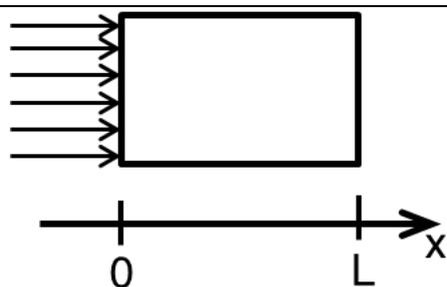


Fig. 4

1. A crystal lattice with simple cubic structure and lattice constant  $a = 0.6 \text{ nm}$  is employed in an electron diffraction experiment. Find the minimum accelerating potential  $V_A$  which allows measuring the first diffraction peak of the plane (1 2 3). Which is the wavelength of the  $\alpha$  particles ( $m_\alpha = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) bringing to the same position of this diffraction peak?
2. Two infinite square wells (width  $a = 1 \text{ nm}$ ) are separated by a delta-like potential  $V(x) = u_0 \delta(x)$ . An electron is in a state obtained as linear combination of the third and fourth stationary states. The resulting wavefunction oscillation frequency is  $\nu = 150 \text{ THz}$ . Find  $u_0$ .
3. Compare the energy of the ground state for an electron in the 1D, 2D and 3D harmonic potential, described by the equations  $V(x) = \alpha x^2$ ,  $V(x,y) = \alpha(x^2+y^2)$  and  $V(x,y,z) = \alpha(x^2+y^2+z^2)$  respectively. Find  $\alpha$  in the 1D case in such a way that the oscillation amplitude is around  $0.2 \text{ nm}$ .
4. An electron is in the first energy level of the square well I in Fig. 5. Find the electron energy by making use of the infinite square well approximation. Finally, find the average time needed by the electron to tunnel from I to III.
5. A free electron with thermal velocity  $v = (kT/m_0)^{1/2}$  comes across a rectangular barrier with height  $50 \text{ meV}$  and width  $a=4 \text{ nm}$ . Find the reflection probability at ambient temperature. Then, find the values of the temperatures  $T$  allowing for unitary transmission probability.
6. The conduction and valence bands of a 3D crystal with fcc structure is described by the dispersion law in Fig. 1, where  $m_1^* = 0.7m_0$ ,  $m_2^* = 0.3m_0$ , and  $E_F = -0.5 \text{ eV}$ . Is the crystal a semiconductor or a metal? Find the electron DOS mass and the electron concentration in the conduction band at ambient temperature.
7. Consider a metal with cubic fcc structure and minimum of the conduction band in the point L of the first Brillouin zone. Find the electron concentration, assuming the Fermi level at  $E_F = E_C + 1.5 \text{ eV}$ , the longitudinal mass  $m^*_l = 1.5m_0$  and the transverse mass  $m^*_t = 0.25m_0$ .
8. In a silicon sample at equilibrium ( $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ), the minimum of the conduction band is described by the equation  $E_C = E_F + 4kT + kT \log(1+10x/a)$ , with  $a = 1 \text{ }\mu\text{m}$  and  $0 < x < a$ . Represent the corresponding dopant, electric field, drift and diffusion current density profiles.
9. An n-type silicon sample is doped with  $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . The donor atoms introduce localized states at  $E_D = E_C - 35 \text{ meV}$ . Find the non-ionized donor states fraction  $f_{ni}$  at  $300 \text{ K}$ . Which is the value of  $f_{ni}$  if the doping concentration is triplicated? Find in this second condition the electron concentration at  $750 \text{ K}$ .
10. Consider the p-doped germanium bar with  $N_A = 3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  in Fig. 4 ( $\mu_n = 1100 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ ,  $\tau_n = 1 \text{ }\mu\text{s}$ ). A light beam generates a carrier concentration excess in  $x = 0$  equal to  $n' = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . The concentration in  $x = L = 1 \text{ mm}$  corresponds to the equilibrium concentration  $n_0$ . Find and represent the  $n$  and  $p$  profiles, and the corresponding quasi-Fermi levels  $E_{Fn}$  e  $E_{Fp}$ . Finally, represent the minority carrier concentration profile when  $L = 1 \text{ }\mu\text{m}$ .

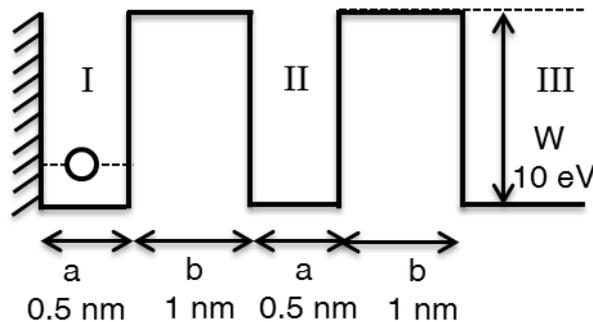


Fig. 5

**Physical constants:**

electron mass  
 Planck constant  
 elementary charge  
 Boltzmann constant  
 light speed  
 void dielectric constant  
 Stephan-Boltzmann constant  
 Wien constant

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$   
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$   
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$   
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$   
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$   
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$   
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

relative dielectric constant  $\epsilon_r$   
 intrinsic concentration  $n_i$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]  
 energy gap  $E_G$  [eV]  
 conduction band density of state  $N_C$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]  
 valence band density of state  $N_V$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]

	Si	Ge
relative dielectric constant $\epsilon_r$	11.7	16
intrinsic concentration $n_i$ [ $\text{cm}^{-3}$ ]	$1.45 \times 10^{10}$	$2.4 \times 10^{13}$
energy gap $E_G$ [eV]	1.12	0.66
conduction band density of state $N_C$ [ $\text{cm}^{-3}$ ]	$2.8 \times 10^{19}$	$1.04 \times 10^{19}$
valence band density of state $N_V$ [ $\text{cm}^{-3}$ ]	$1.04 \times 10^{19}$	$0.6 \times 10^{19}$