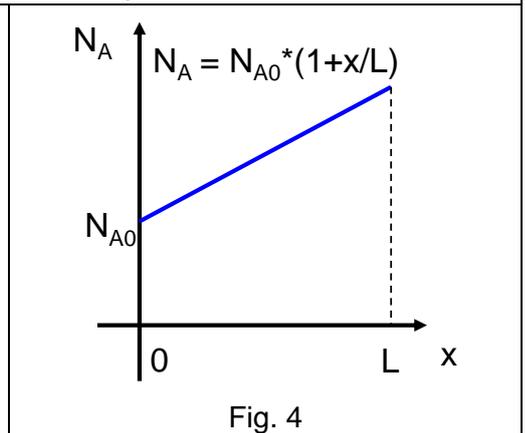
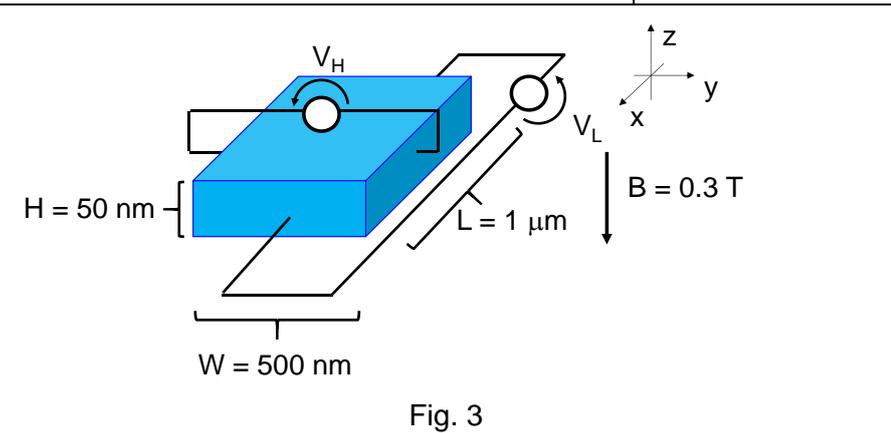
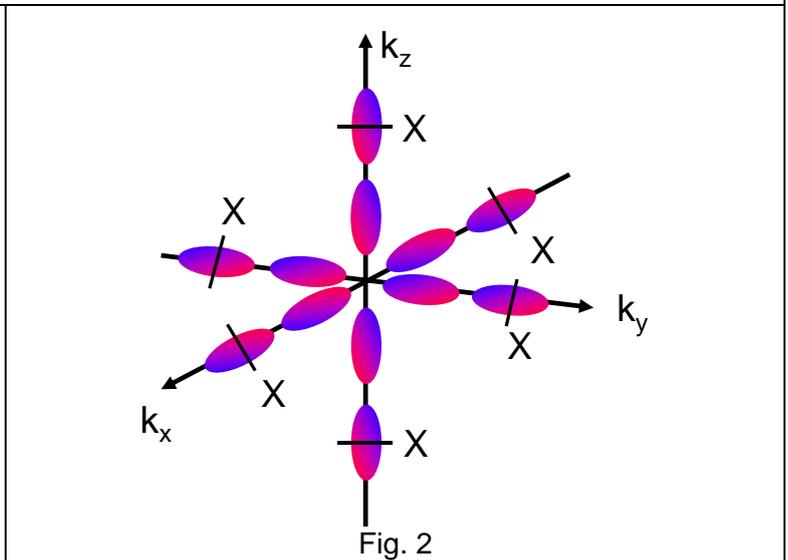
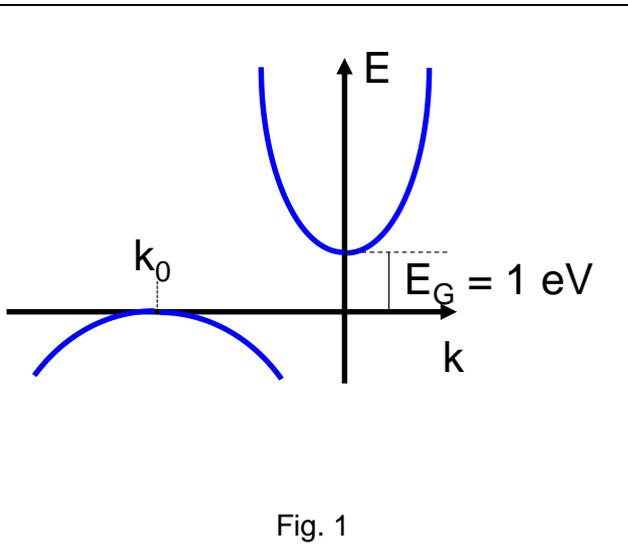


1. Si consideri la relazione di dispersione $E(k) = E_0 - 2\gamma\cos(2ka)$, con $\gamma = 40$ meV e $a = 1$ nm. Calcolare la pulsazione ω_B e l'ampiezza Δx delle oscillazioni di Bloch, sapendo che il campo elettrico applicato all'elettrone è $F = 20$ kVcm⁻¹. Calcolare quindi la mobilità dell'elettrone in $k = 0$ m⁻¹, sapendo che $\tau = 10^{-13}$ s.
2. Si consideri il profilo a bande in Fig. 1. Un fotone con energia incidente $h\nu = 1.6$ eV genera un elettrone in banda di conduzione con $m_{e^*} = 0.3 m_0$ e una lacuna in banda di valenza con $m_{h^*} = 0.6 m_0$. Sapendo che l'elettrone fotogenerato rilassa con 5 fononi ottici ($\hbar\omega = 16$ meV), calcolare k_0 .
3. Un metallo ha minimi della banda di conduzione come in Fig. 2. Sapendo che la massa trasversale vale $m_t^* = 0.15m_0$, la massa longitudinale vale $m_l^* = 0.4m_0$ e la densità elettronica in banda di conduzione è $n=5 \times 10^{22}$ cm⁻³, calcolare l'energia media degli elettroni in banda di conduzione e la massa di conduzione.
4. Si consideri un metallo monodimensionale in cui il livello di Fermi è collocato a 2.1 eV. Sapendo che la massa è pari a m_0 e che la banda di conduzione è riempita con due elettroni per atomo, calcolare la densità atomica del metallo, la velocità di Fermi e la temperatura di Fermi.
5. Si consideri una barretta di Silicio intrinseco. Sapendo che l'applicazione di una tensione $V_A = 1$ V genera una corrente $I = 100$ μ A a $T = 300$ K, calcolare la corrente che si genera a $T = 400$ K. Tracciare infine il grafico Arrhenius della corrente I .
6. Si consideri un cristallo di silicio ($N_D = 10^{18}$ cm⁻³), calcolare il livello di Fermi E_F a $T = 45$ K, sapendo che il livello dei donori $E_D = E_C - 120$ meV.
7. Sapendo che a $T = 45$ K un decimo degli accettori sono ionizzati nel silicio ($N_A = 10^{17}$ cm⁻³), si stimi il livello di Fermi all'equilibrio a $T = 45$ K. Sapendo che la mobilità delle lacune è $\mu_h = 400$ cm²V⁻¹s⁻¹, $m_{h^*} = m_0$ e che i fononi ottici hanno energia $\hbar\omega = 40$ meV, calcolare la densità di corrente che si ottiene applicando i campi elettrici $F_1 = 10^4$ Vcm⁻¹, $F_2 = 10^5$ Vcm⁻¹.
8. Si faccia riferimento alla barretta di silicio in Fig. 3. Applicando una tensione $V_L = 3$ V, si legge una tensione $V_H = 20$ mV ed una corrente di $I = 50$ μ A. Calcolare il drogaggio della barretta, specificandone il tipo e la mobilità. Si è in regime di velocità saturata?
9. Si consideri il profilo di drogaggio nel silicio in Fig. 4, con $N_A = N_{A0}*(1+x/L)$, $N_{A0} = 10^{17}$ cm⁻³, $L = 200$ nm, $\mu_p = 300$ cm²V⁻¹s⁻¹. Calcolare la densità di corrente totale j_{tot} , di deriva j_{drift} e di diffusione j_{diff} in assenza di campo esterno e indicando le direzioni delle densità di corrente. Calcolare il minimo ed il massimo campo interno F_{int} . Tracciare un grafico quotato di F_{int} .
10. Una barretta di germanio ($N_A = 10^{18}$ cm⁻³) è sottoposta ad iniezione debole che fissa la concentrazione di portatori minoritari a $n' = 10^{13}$ cm⁻³ in corrispondenza di un'ascissa x_0 . Sapendo che il quasi livello di Fermi degli elettroni è $E_C - 0.45$ eV a $x_0 + 1$ μ m, stimare il tempo di ricombinazione dei minoritari, sapendo che $\mu_n = 1300$ cm²V⁻¹s⁻¹.



- Un cristallo cubico semplice con passo $a = 0.6 \text{ nm}$ è illuminato da un fascio di fotoni con energia $h\nu = 2.5 \text{ keV}$. Calcolare tutti i picchi di diffrazione osservabili. Quale sarebbe la tensione da applicare per osservare gli stessi picchi tramite diffrazione elettronica?
- Si consideri il profilo a bande in Fig. 5. Calcolare l'energia del secondo livello. Sapendo che l'elettrone è in uno stato che è una combinazione dei primi due stati ed oscilla ad una frequenza $\nu = 1 \text{ THz}$, calcolare l'energia dell'autostato E_1 , quindi disegnare il modulo quadro della funzione d'onda per $t_1 = 0 \text{ s}$ e $t_2 = 500 \text{ fs}$.
- Si consideri una buca di potenziale $V(x) = \alpha|x|$. Calcolare α affinché l'energia del primo livello sia pari a 15 meV . Se un elettrone posto nel primo livello di tale buca assorbe un fotone di energia $h\nu = 1 \text{ eV}$, in quale livello finisce?
- Si consideri la barriera di tunneling in Fig. 6. Calcolare l'energia E_1 affinché la probabilità di trasmissione sia 0.1 (si approssimi $E = 0 \text{ eV}$ per l'elettrone incidente).
- Un elettrone libero incontra una barriera rettangolare di altezza $V_0 = 200 \text{ meV}$ e larghezza $a = 3 \text{ nm}$. Determinare l'energia minima $E > V_0$ dell'elettrone affinché la probabilità di riflessione sia $R = 0$. Calcolare infine la tensione da applicare alla barriera affinché la probabilità di riflessione sia $R = 0.5$, con un elettrone con energia $E = 190 \text{ meV}$.
- Un metallo ha minimi della banda di conduzione come in Fig. 2. Sapendo che la massa trasversale vale $m_t^* = 0.15m_0$, la massa longitudinale vale $m_l^* = 0.4m_0$ e la densità elettronica in banda di conduzione è $n = 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, calcolare l'energia media degli elettroni in banda di conduzione e la massa di conduzione.
- Si consideri un cristallo di silicio ($N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$), calcolare il livello di Fermi E_F a $T = 45 \text{ K}$, sapendo che il livello dei donori $E_D = E_C - 120 \text{ meV}$.
- Sapendo che a $T = 45 \text{ K}$ un decimo degli accettori sono ionizzati nel silicio ($N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$), si stimi il livello di Fermi all'equilibrio a $T = 45 \text{ K}$. Sapendo che la mobilità delle lacune è $\mu_h = 400 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, $m_h^* = m_0$ e che i fononi ottici hanno energia $\hbar\omega = 40 \text{ meV}$, calcolare la densità di corrente ottenibile applicando i campi elettrici $F_1 = 10^4 \text{ Vcm}^{-1}$, $F_2 = 10^5 \text{ Vcm}^{-1}$.
- Si consideri il profilo di drogaggio nel silicio in Fig. 4, con $N_A = N_{A0}^*(1+x/L)$, $N_{A0} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $L = 200 \text{ nm}$, $\mu_p = 300 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$. Calcolare la densità di corrente totale j_{tot} , di deriva j_{drift} e di diffusione j_{diff} in assenza di campo esterno e indicando le direzioni delle densità di corrente. Calcolare il minimo ed il massimo campo interno F_{int} . Tracciare un grafico quotato di F_{int} .
- Una barretta di germanio ($N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) è sottoposta ad iniezione debole che fissa la concentrazione di portatori minoritari a $n' = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ in corrispondenza di un'ascissa x_0 . Sapendo che il quasi livello di Fermi degli elettroni è $E_C - 0.45 \text{ eV}$ a $x_0 + 1 \mu\text{m}$, stimare il tempo di ricombinazione dei minoritari, sapendo che $\mu_n = 1300 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$.

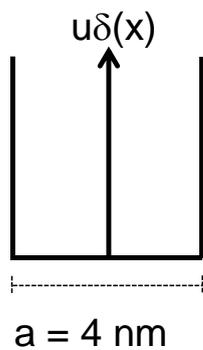


Fig. 5

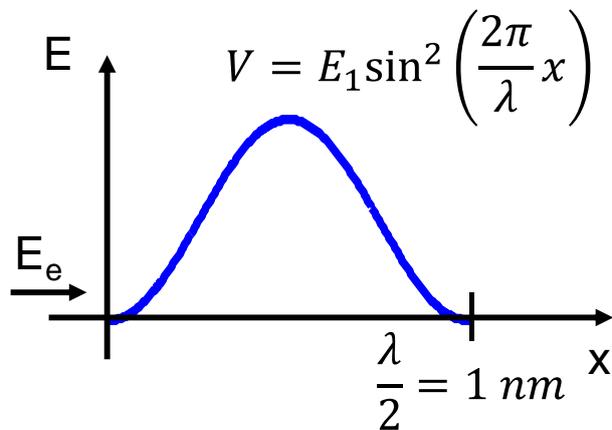


Fig. 6

Costanti fisiche:

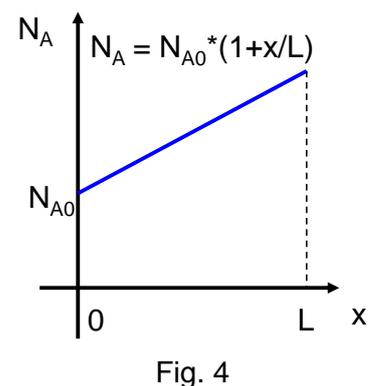
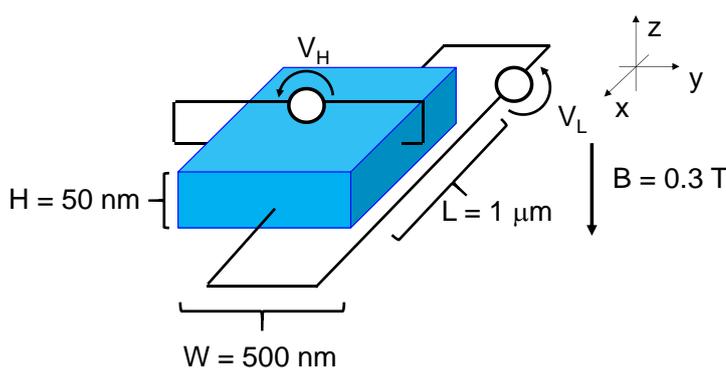
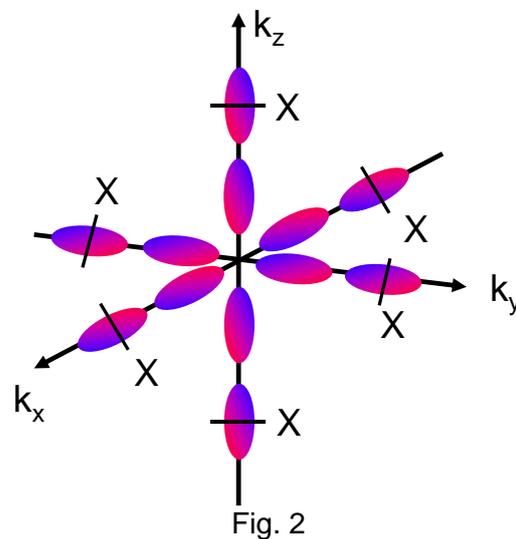
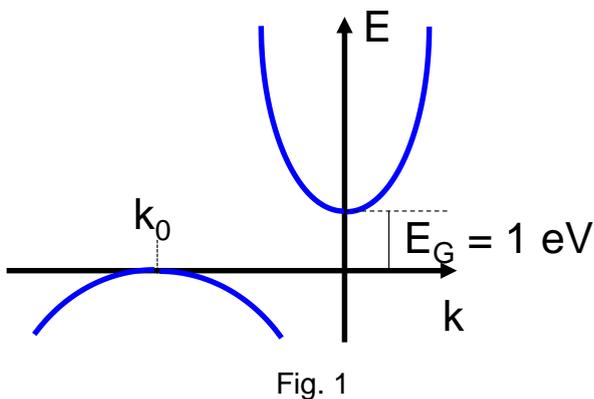
massa dell'elettrone
 costante di Planck
 carica elettronica
 costante di Boltzmann
 velocità della luce
 costante dielettrica nel vuoto
 costante di Stefan-Boltzmann
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

costante dielettrica relativa ϵ_r
 concentrazione intrinseca $n_i \text{ [cm}^{-3}\text{]}$
 gap di energia $E_G \text{ [eV]}$
 densità di stati effettiva in banda di conduzione $N_C \text{ [cm}^{-3}\text{]}$
 densità di stati effettiva in banda di valenza $N_V \text{ [cm}^{-3}\text{]}$

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}

1. Consider the dispersion law $E(k) = E_0 - 2\gamma\cos(2ka)$, with $\gamma = 40$ meV and $a = 1$ nm. Compute the angular frequency ω_B and the amplitude Δx of the Bloch's oscillations, knowing that the electric field acting on the electron is $F = 20$ kVcm⁻¹. Finally calculate the electron mobility in $k=0$ m⁻¹, knowing that $\tau = 10^{-13}$ s.
2. Consider the band diagram in Fig. 1. A photon with impinging energy $h\nu = 1.6$ eV generates an electron in conduction band with $m_e^* = 0.3 m_0$ and a hole in valence band with $m_h^* = 0.6 m_0$. Knowing that photogenerated electron relaxes with 5 optical phonons ($\hbar\omega = 16$ meV), calculate k_0 .
3. A metal has conduction band minima as in Fig. 2. Knowing that the trasversal mass is $m_t^* = 0.15m_0$, the longitudinal mass is $m_l^* = 0.4m_0$ and the electronic density in conduction band is $n=5 \times 10^{22}$ cm⁻³, calculate the average energy of the electrons in conduction band and the conduction mass.
4. Consider a monodimensional metal in which the Fermi level is located at 2.1 eV. Knowing that the mass is equal to m_0 and that the conduction band is filled with two electrons per atom, calculate the metal atomic density, the Fermi velocity and the Fermi temperature.
5. Consider an intrinsic silicon sample. Knowing that the application of a voltage $V_A = 1$ V generates a current $I = 100$ μ A at $T = 300$ K, calculate the current that is generated, at $T = 400$ K. Finally, sketch the Arrhenius plot of the current I .
6. Let's consider a silicon crystal lattice ($N_D = 10^{18}$ cm⁻³), calculate the Fermi level E_F at $T = 45$ K, knowing that the donors energy level $E_D = E_C - 120$ meV.
7. Knowing that, at $T = 45$ K, 1/10 of the acceptors are ionized in silicon ($N_A = 10^{17}$ cm⁻³), calculate the Fermi level at the equilibrium at $T = 45$ K. Knowing that the holes mobility is $\mu_h = 400$ cm²V⁻¹s⁻¹, $m_h^* = m_0$ and that the optical phonons have an energy $\hbar\omega = 40$ meV, calculated the current density by applying the electric fields $F_1 = 10^4$ Vcm⁻¹, $F_2 = 10^5$ Vcm⁻¹.
8. Consider the silicon rod in Fig. 3. Applying a voltage $V_L = 3$ V, a voltage $V_H = 20$ mV is read and a current $I = 50$ μ A is measured. Calculate the rod doping, specifying the type and the mobility. Are the carriers at saturated velocity?
9. Consider the doping profile in Silicon in Fig. 4, with $N_A = N_{A0} \cdot (1+x/L)$, $N_{A0} = 10^{17}$ cm⁻³, $L = 200$ nm, $\mu_p = 300$ cm²V⁻¹s⁻¹. Calculate the total current density j_{tot} , the drift current density j_{drift} and the diffusion current density j_{diff} in absence of an externa field and indicating the directions of the current densities. Calculate the minimum and maximum internal field F_{int} . Plot a numerical graph of F_{int} .
10. A Germanium rod ($N_A = 10^{18}$ cm⁻³) is altered with a weak injection that fixes the minority carriers concentration at $n' = 10^{13}$ cm⁻³ in corrispondence of the coordinate x_0 . Knowing that the electron Fermi quasi-level is $E_C - 0.45$ eV at $x_0 + 1$ μ m, calculate the recombination time of the minority carriers, with $\mu_n = 1300$ cm²V⁻¹s⁻¹.



1. A simple crystal cubic lattice with atomic path $a = 0.6 \text{ nm}$ is illuminated with a photon beam with energy $h\nu = 2.5 \text{ keV}$. Calculate all the observable diffraction peaks. Which voltage should be applied to observe the same peaks with an electron beam diffraction experiment?
2. Consider the band diagram in Fig. 5. Calculate the second energy level. Knowing that the electron is in a state which is a combination of the first two states and oscillates at a frequency $\nu = 1 \text{ THz}$, calculate the eigenstate energy E_1 , finally plot the wave function modulus square for $t_1 = 0 \text{ s}$ and $t_2 = 500 \text{ fs}$.
3. Consider a potential well $V(x) = \alpha|x|$. Calculate α so that the first energy level is equal to 15 meV . If an electron located in the first level absorbs a photon of energy $h\nu = 1 \text{ eV}$, in which level finishes?
4. Consider the tunneling barrier in Fig. 6. Calculate the energy E_1 in order to have a transmission probability of 0.1 (approximate $E = 0 \text{ eV}$ for the incident electron).
5. A free electron hits a rectangular barrier with height $V_0 = 200 \text{ meV}$ and width $a = 3 \text{ nm}$. Determine the minimum energy $E > V_0$ of the electron in order to have a reflection probability $R = 0$. Finally, calculate the voltage that should be applied to the barrier to have a reflection probability $R = 0.5$, with an incident electron with energy $E = 190 \text{ meV}$.
6. A metal has conduction band minima as in Fig. 2. Knowing that trasversal mass is $m_t^* = 0.15m_0$, longitudinal mass is $m_l^* = 0.4m_0$ and the electronic density in conduction band is $n = 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, calculate average energy of the electrons in conduction band and the conduction mass.
7. Let's consider a silicon crystal lattice ($N_D = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$), calculate the Fermi level E_F at $T = 45 \text{ K}$, knowing that the donors energy level $E_D = E_C - 120 \text{ meV}$.
8. Knowing that, at $T = 45 \text{ K}$, $1/10$ of the acceptors are ionized in silicon ($N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$), calculate the Fermi level at the equilibrium at $T = 45 \text{ K}$. Knowing that the holes mobility is $\mu_h = 400 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$, $m_h^* = m_0$ and that the optical phonons have an energy $\hbar\omega = 40 \text{ meV}$, calculate the current density by applying the electric fields $F_1 = 10^4 \text{ Vcm}^{-1}$, $F_2 = 10^5 \text{ Vcm}^{-1}$.
9. Consider the doping profile in Silicon in Fig. 4, with $N_A = N_{A0}^*(1+x/L)$, $N_{A0} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $L = 200 \text{ nm}$, $\mu_p = 300 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$. Calculate the total current density j_{tot} , the drift current density j_{drift} and the diffusion current density j_{diff} in absence of an external field and indicating the directions of the current densities. Calculate the minimum and maximum internal field F_{int} . Plot a numerical graph of F_{int} .
10. A Germanium rod ($N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) is altered with a weak injection that fixes the minority carriers concentration at $n' = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ in correspondence of the coordinate x_0 . Knowing that the electron Fermi quasi-level is $E_C - 0.45 \text{ eV}$ at $x_0 + 1 \mu\text{m}$, calculate the recombination time of the minority carriers, with $\mu_n = 1300 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$.

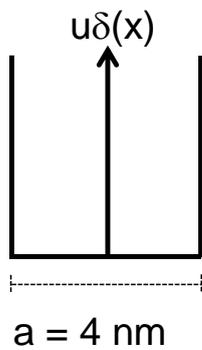


Fig. 5

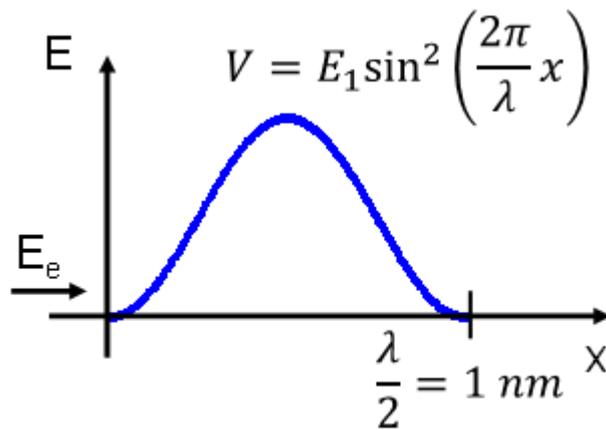


Fig. 6

Physic constants:

electron mass
 Planck constant
 Electronic charge
 Boltzmann constant
 Light velocity
 Void dielectric constant
 Stefan-Boltzmann constant
 Wien constant

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

Relative dielectric constant ϵ_r
 Intrinsic concentration $n_i \text{ [cm}^{-3}\text{]}$
 Energy gap $E_G \text{ [eV]}$
 Conduction band density of states $N_c \text{ [cm}^{-3}\text{]}$
 Valence band density of states $N_v \text{ [cm}^{-3}\text{]}$

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}