

1. Si consideri la relazione di dispersione $E(k) = E_0 - 2\gamma \cos(2ka)$, con $\gamma = 30 \text{ meV}$ e $F = 20 \text{ kVcm}^{-1}$. Calcolare la pulsazione ω_B e l'ampiezza Δx delle oscillazioni di Bloch, sapendo che la massima velocità di gruppo è $v_{g,\max} = 10^7 \text{ cm s}^{-1}$. Calcolare quindi la mobilità dell'elettrone in $k = \pi/2a$, sapendo che $\tau = 10^{-13} \text{ s}$.
2. In un metallo tridimensionale si riscontra un livello di Fermi a 2.3 eV , con una massa efficace elettronica $m^* = 0.17m_0$. Calcolare la resistività del metallo, assumendo un tempo di rilassamento del momento pari a 10^{-13} s .
3. Si consideri un metallo bidimensionale in cui il livello di Fermi è collocato a 3 eV . Sapendo che la massa è pari a $0.5m_0$, qual è l'energia media degli elettroni in banda di conduzione? Quale deve essere il valore di E_F affinché lo stesso metallo, ma tridimensionale, abbia elettroni con la stessa energia media?
4. In un semiconduttore intrinseco, il livello intrinseco a temperatura ambiente si trova a 48 meV sopra il mezzo gap. Nota la massa DOS in banda di valenza $m_p^* = m_0$, calcolare la massa DOS in banda di conduzione. Sapendo che le valli in banda di conduzione sono a metà tra il punto Γ ed il punto X, e che il rapporto tra massa longitudinale e massa trasversale è dato da $m_l/m_t = 6$, calcolare la massa di conducibilità degli elettroni.
5. Si consideri una barretta di semiconduttore a gap diretto, drogato $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Assumendo un tempo di scattering fononico $\tau = 10^{-13} \text{ s}$ e $m^* = m_0$, calcolare il k a cui si centra il pacchetto di lacune in banda di valenza, mentre fluisce una corrente di deriva di lacune pari a $J_{\text{drift,p}} = 5 \text{ mA } \mu\text{m}^{-2}$.
6. Nell'esperimento di effetto Hall in **Fig. 1**, si misura una tensione trasversale $|V_H| = V_L/100$, dove V_L è la tensione longitudinale applicata, avendo $B = 0.3 \text{ T}$ come in figura. Noto che il semiconduttore è drogato n con concentrazione di portatori $n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ e che $W = L$, si calcoli la resistività del semiconduttore. Si indichi inoltre il segno della tensione V_H .
7. Si calcoli la temperatura e la concentrazione di drogante ionizzato nel silicio drogato $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, sapendo che il livello di Fermi si trova a 10 meV sopra il livello donore E_D e 50 meV sotto la banda di conduzione E_C .
8. La densità di corrente è pari a $j = 51.2 \text{ kAcm}^{-2}$ in un semiconduttore estrinseco sotto un campo elettrico F . Sapendo che riducendo F di un fattore 10 la corrente si riduce di un fattore 3, e noto il campo di saturazione $F_{\text{sat}} = 10 \text{ kVcm}^{-1}$, calcolare F . Stimare inoltre l'energia del fonone ottico, sapendo che la mobilità è pari a $750 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ e $m^* = m_0$.
9. Si consideri il profilo di drogaggio nel silicio in **Fig. 2**, con $N_{A1} = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $L = 20 \text{ nm}$. Calcolare N_{A0} in assenza di campo esterno nel caso in cui il minimo campo interno in modulo sia $|F_{\min}| = 10 \text{ kVcm}^{-1}$. Tracciare un grafico quotato del campo interno F_{int} .
10. Una barretta di silicio ($N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) contiene un eccesso di portatori minoritari $n' = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Sapendo che il tempo di ricombinazione dei minoritari è $\tau_n = 300 \text{ ns}$, calcolare il tempo necessario affinché F_N diminuisca di 100 meV .

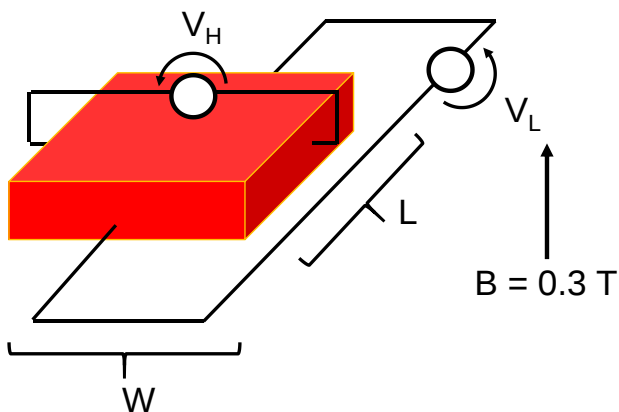


Fig. 1

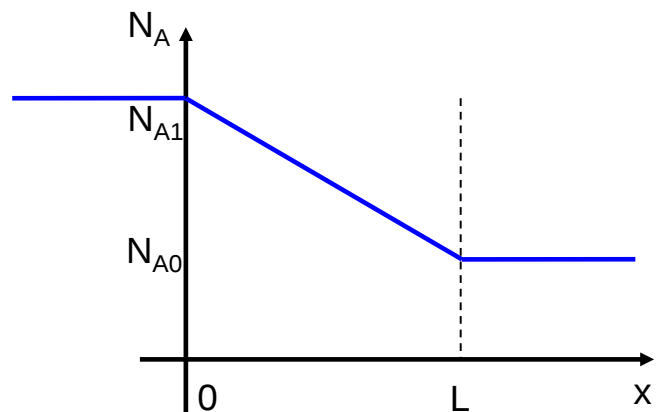


Fig. 2

1. Si consideri la struttura atomica del fosforene in **Fig. 3**, dove gli atomi di fosforo scuri e chiari differiscono nella posizione nella direzione normale al foglio. Dire se si tratta di un reticolo di Bravais. Nel caso non lo sia, indicare una possibile base ed il corrispondente reticolo di Bravais. Tracciare successivamente la cella primitiva e la cella di Wigner-Seitz.
2. Si consideri una buca rettangolare di potenziale finito, con altezza di barriera $V = 0.4$ eV. Ricordando che nella barriera l'autofunzione assume l'andamento evanescente $\psi(x) = e^{-\alpha x}$, dove α è una costante di decadimento spaziale, e noto che il rapporto tra α_2 e α_3 delle costanti di decadimento degli autostati E_2 ed E_3 è pari a $\alpha_2/\alpha_3 = 2$, determinare la larghezza della buca. (Si assuma un'approssimazione a buca infinita per il calcolo degli autovalori).
3. Si consideri il gradino di potenziale in **Fig. 4a**, dove il coefficiente di trasmissione verso destra, cioè il rapporto tra il flusso trasmesso ed il flusso incidente verso destra, è pari a $t_{\rightarrow} = 0.5$. Calcolare il flusso di trasmissione $t_{\leftarrow}$ verso sinistra in **Fig. 4b**, dove E e V sono gli stessi della **Fig. 4a**.
4. Si consideri la barriera in **Fig. 5**. Calcolare la larghezza di barriera a tale per cui $\phi_2'/\phi_2 = 100 \phi_1'/\phi_1$, sapendo che $E_1 = 0.5$ eV, $E_2 = 1.5$ eV.
5. Si consideri un pacchetto di funzioni d'onda centrato intorno a $k_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$, descritto dalla relazione di dispersione $E(k) = E_0(k/k_0)^2$, con $E_0 = 3$ meV. Calcolare la velocità di gruppo e la distanza percorsa dal pacchetto in 5 ns. Si determini infine la massa efficace che descrive gli elettroni del pacchetto.
6. In un metallo tridimensionale si riscontra un livello di Fermi a 2.3 eV, con una massa efficace elettronica $m^* = 0.17m_0$. Calcolare la resistività del metallo, assumendo un tempo di rilassamento del momento pari a 10^{-13} s.
7. Nell'esperimento di effetto Hall in **Fig. 1**, si misura una tensione trasversale $|V_H| = V_L/100$, dove V_L è la tensione longitudinale applicata, avendo $B = 0.3$ T come in figura. Noto che il semiconduttore è drogato n con concentrazione di portatori $n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ e che $W = L$, si calcoli la resistività del semiconduttore. Si indichi inoltre il segno della tensione V_H .
8. Si calcoli la temperatura e la concentrazione di drogante ionizzato nel silicio drogato $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, sapendo che il livello di Fermi si trova a 10 meV sopra il livello donore E_D e 50 meV sotto la banda di conduzione E_C .
9. La densità di corrente è pari a $j = 51.2 \text{ kAcm}^{-2}$ in un semiconduttore estrinseco sotto un campo elettrico F . Sapendo che riducendo F di un fattore 10 la corrente si riduce di un fattore 3, e noto il campo di saturazione $F_{\text{sat}} = 10 \text{ kVcm}^{-1}$, calcolare F . Stimare inoltre l'energia del fonone ottico, sapendo che la mobilità è pari a $750 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ e $m^* = m_0$.
10. Una barretta di silicio ($N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) contiene un eccesso di portatori minoritari $n' = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Sapendo che il tempo di ricombinazione dei minoritari è $\tau_n = 300$ ns, calcolare il tempo necessario affinché F_N diminuisca di 100 meV.

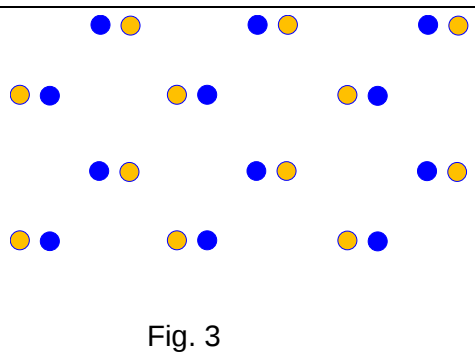


Fig. 3

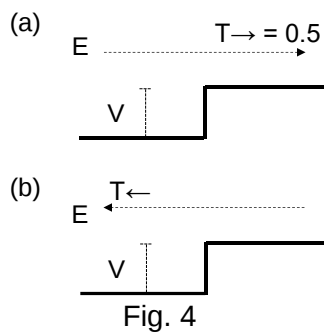


Fig. 4

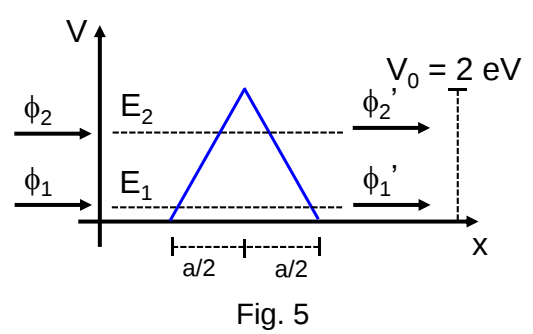


Fig. 5

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone
costante di Planck
carica elettronica
costante di Boltzmann
velocità della luce
costante dielettrica nel vuoto
costante di Stefan-Boltzmann
costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

costante dielettrica relativa ϵ_r
concentrazione intrinseca $n_i [\text{cm}^{-3}]$
gap di energia $E_G [\text{eV}]$
densità di stati effettiva in banda di conduzione $N_C [\text{cm}^{-3}]$
densità di stati effettiva in banda di valenza $N_V [\text{cm}^{-3}]$

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}

1. Consider the dispersion relation $E(k) = E_0 - 2\gamma\cos(2ka)$, with $\gamma = 30$ meV and $F = 20$ kVcm⁻¹. Calculate the angular frequency ω_B and the space amplitude Δx of Bloch oscillations, knowing that the maximum group velocity is $v_{g,max} = 10^7$ cm s⁻¹. Then calculate the electron mobility in $k = \pi/2a$, knowing that $\tau = 10^{-13}$ s.
2. In a 3-dimensional metal, the Fermi level is at 2.3 eV, with an electron effective mass $m^* = 0.17m_0$. Calculate the resistivity of the metal, assuming a momentum relaxation time equal to 10^{-13} s.
3. Consider a 2-dimensional metal where the Fermi level is at 3 eV. Knowing that the effective mass is $0.5m_0$, calculate the average energy of electrons in the conduction band. What is the value of E_F for which the same metal in 3 dimension has the same average energy of electrons?
4. In an intrinsic semiconductor, the intrinsic level at 300 K is located at 48 meV above the midgap level. Knowing the DOS effective mass in the valence band $m_p^* = m_0$, calculate the DOS effective mass in the conduction band. Knowing that the valleys in the conduction band are half-way between point Γ and point X, and that the ratio between longitudinal and transversal masses is $m_l/m_t = 6$, calculate the conduction effective mass for electrons.
5. Consider a semiconductor with direct band gap, doped with acceptor concentration $N_A = 10^{18}$ cm⁻³. Assuming a momentum relaxation time $\tau = 10^{-13}$ s and $m_p^* = m_0$, calculate the stationary value of k for holes in the valence band, while a hole drift current equal to $J_{drift,p} = 5$ mA μm^{-2} flows in the sample.
6. In the Hall experiment in **Fig. 1**, one measures a transverse voltage $|V_H| = V_L/100$, where V_L is the applied longitudinal voltage, under an applied magnetic field $B = 0.3$ T. Knowing that the semiconductor is n-doped with carrier concentration $n = 10^{15}$ cm⁻³ and that $W = L$, calculate the resistivity of the semiconductor. What is the sign of voltage V_H ?
7. Calculate the temperature and the ionized doping concentration in n-doped Si with $N_D = 10^{16}$ cm⁻³, knowing that the Fermi level is at 10 meV above the donor level E_D and 50 meV below the conduction band E_c .
8. Current density is equal to $j = 51.2$ kAcm⁻² in an extrinsic semiconductor under an electric field F . Knowing that reducing F of a factor 10, current reduces of a factor 3, and knowing the saturation field $F_{sat} = 10$ kVcm⁻¹, calculate F . Then, estimate the optic phonon energy, knowing that mobility is equal to 750 cm²V⁻¹s⁻¹ and $m^* = m_0$.
9. Consider a doping profile in silicon as in **Fig. 2**, with $N_{A1} = 2 \cdot 10^{18}$ cm⁻³, $L = 20$ nm. Calculate N_{A0} in absence of an external field in the case where the minimum internal field, in absolute value, is $|F_{min}| = 10$ kVcm⁻¹. Plot a quoted graph of the internal field F_{int} .
10. A silicon rod ($N_A = 10^{18}$ cm⁻³) contains an excess of minority carriers $n' = 10^{19}$ cm⁻³. Knowing that the recombination time of the minority carriers is $\tau_n = 300$ ns, calculate the time needed for F_N to reduce of 100 meV.

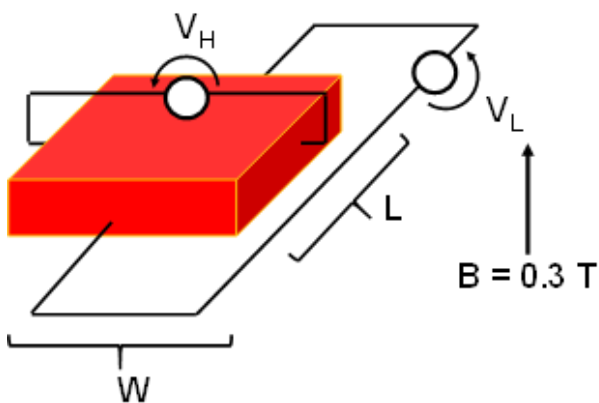


Fig. 1

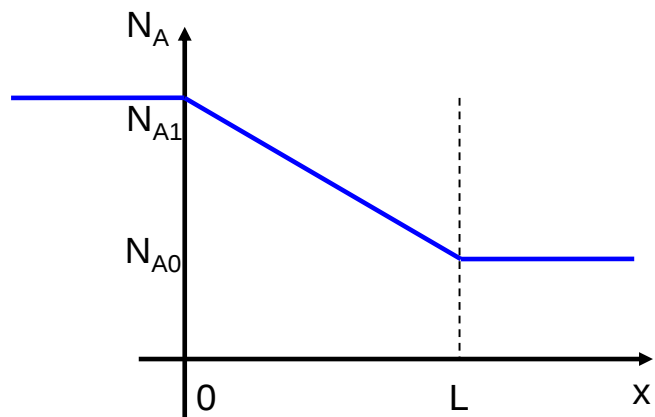
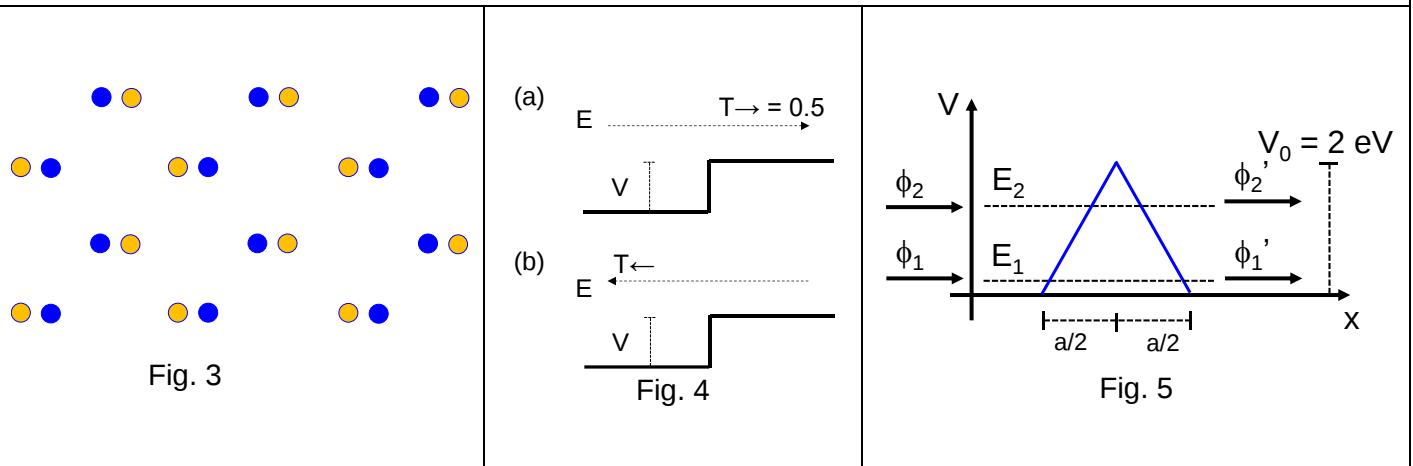


Fig. 2

1. Consider the atomic structure of phosphorene in Fig. 3, where dark and light phosphore atoms differ in the position relative to the sheet normal direction. Tell if the structure is a Bravais lattice. In case it is not a Bravais lattice, indicate a possible basis and the correspondent Bravais lattice. Then, plot the primitive cell and the Wigner-Seitz cell.
 2. Consider a rectangular finite-potential well, with barrier height $V = 0.4$ eV. Taking into account that the eigenfunction goes as $\psi(x) = e^{-\alpha x}$ in the barrier as an evanescent wave, where α is a spatial decay constant, and knowing that the ratio between α_2 and α_3 corresponding to the decay constants of the eigenstates E_2 and E_3 is equal to $\alpha_2/\alpha_3 = 2$, determine the well width. (Let assume an infinite well approximation for the eigenvalues evaluation).
 3. Consider the potential step in Fig. 4a, where the transmission coefficient in the right dimension, namely the ratio between the transmitted flux and the incident flux towards right direction, is equal to $t_{\rightarrow} = 0.5$. Calculate the transmission flux $t_{\leftarrow}$ towards the left direction in Fig. 4b, where E and V are the same as in Fig. 4a.
 4. Consider the barrier in Fig. 5. Calculate the barrier width a causing $\phi_2'/\phi_2 = 100 \phi_1'/\phi_1$, knowing that $E_1 = 0.5$ eV, $E_2 = 1.5$ eV.
 5. Consider a packet of wavefunctions centered in $k_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$, described by the dispersion relation $E(k) = E_0(k/k_0)^2$, with $E_0 = 3$ meV. Calculate the group velocity and the distance travelled by the packet in 5 ns. Then, determine the effective mass which describes the wavepacket electrons.
 6. In a 3-dimensional metal, the Fermi level is at 2.3 eV, with an electron effective mass $m^* = 0.17m_0$. Calculate the resistivity of the metal, assuming a momentum relaxation time equal to 10^{-13} s.
 7. In the Hall experiment in Fig. 1, one measures a transverse voltage $|V_H| = V_L/100$, where V_L is the applied longitudinal voltage, under an applied magnetic field $B = 0.3$ T. Knowing that the semiconductor is n-doped with carrier concentration $n = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ and that $W = L$, calculate the resistivity of the semiconductor. What is the sign of voltage V_H ?
 8. Calculate the temperature and the ionized doping concentration in n-doped Si with $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, knowing that the Fermi level is at 10 meV above the donor level E_D and 50 meV below the conduction band E_C .
 9. Current density is equal to $j = 51.2 \text{ kAcm}^{-2}$ in an extrinsic semiconductor under an electric field F . Knowing that reducing F of a factor 10, current reduces of a factor 3, and knowing the saturation field $F_{\text{sat}} = 10 \text{ kVcm}^{-1}$, calculate F . Then, estimate the optic phonon energy, knowing that mobility is equal to $750 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ and $m^* = m_0$.
- A silicon rod ($N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) contains an excess of minority carriers $n' = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Knowing that the recombination time of the minority carriers is $\tau_n = 300$ ns, calculate the time needed for F_N to reduce of 100 meV

**Physic constants:**

electron mass
Planck constant
Electronic charge
Boltzmann constant
Light velocity
Void dielectric constant
Stefan-Boltzmann constant
Wien constant

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
 $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

Relative dielectric constant ϵ_r
Intrinsic concentration $n_i [\text{cm}^{-3}]$
Energy gap $E_G [\text{eV}]$
Conduction band density of states $N_C [\text{cm}^{-3}]$
Valence band density of states $N_V [\text{cm}^{-3}]$

Si	Ge
11.7	16
1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
1.12	0.66
2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
1.04×10^{19}	0.6×10^{19}