

## Esercitazione 7 (6/04/2022)

### Esercizio 1

Si consideri una doppia buca rettangolare con 2 livelli confinati ad energia  $E_1$  ed  $E_2$ , con  $\Delta E = E_2 - E_1 > 0$ . Si tracci l'andamento qualitativo delle autofunzioni  $\psi_1, \psi_2$ . Si scriva la funzione d'onda  $\Psi(x, t)$  come combinazione lineare di  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , tracciando l'andamento del modulo quadro  $|\Psi|^2$  per  $t = 0$ ,  $t = \frac{h}{2\Delta E}$  e  $t = \frac{3h}{4\Delta E}$ .

### Esercizio 2

Una particella è caratterizzata da una relazione del tipo  $\omega(k) = 2\omega_0 \sin\left(\frac{ka}{2}\right)$ , con  $a = 0.2 \text{ nm}$ ,  $\omega_0 = 7 \cdot 10^{12} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Considerando un pacchetto d'onde gaussiano centrato in  $k_0 = 2.2 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$ ,  $\sigma_k = \frac{k_0}{10}$ , calcolare l'andamento di dispersione  $\sigma_x(t)$  del pacchetto stesso, riportandolo in un grafico quotato.

### Esercizio 3

Si consideri un elettrone libero di energia  $E = 25 \text{ eV}$ . Sapendo che il pacchetto d'onda ad esso associato ha una deviazione standard iniziale  $\sigma_x(0) = 1 \mu\text{m}$ , si valuti la sua deviazione standard  $\sigma_x$  dopo avere percorso una distanza  $d = 1 \text{ m}$ . E se il pacchetto avesse una deviazione standard iniziale  $\sigma_x(0) = 10 \text{ nm}$ ? Che cosa si può quindi concludere in base ai risultati ottenuti?

### Esercizio 4

Un elettrone è descritto dalla relazione di dispersione  $E(k) = E_0 - E_0 \cdot \cos(ka)$ , con  $a = 0.28 \text{ nm}$  e  $E_0 = 0.5 \text{ eV}$ . Calcolare la velocità di gruppo e di fase in corrispondenza dei  $k$  minimi per cui il pacchetto non va incontro a fenomeni di dispersione nel tempo. Si supponga un peso  $g(k)$  gaussiano.