6/7/2022 – Appello

Esercizio 1

Il reticolo non è di Bravais. Una possibile base è data dalla biatomica rosso-blu, che riconduce ad un reticolo quadrato.

La densità atomica superficiale è definita come:

$$PF = N_{\frac{at}{cella}} \cdot \frac{1}{A_{cell}} = N_{\frac{at}{base}} \cdot N_{\frac{base}{cella}} \cdot \frac{1}{A_{cell}} = 2 \cdot \left(4 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{(1nm)^2} = 2 \cdot 10^{14}\ cm^{-2}$$

Esercizio 2

La distanza interplanare per la famiglia (1 2 1) è data da:

$$d_{121} = \frac{l}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{l}{\sqrt{6}}$$

Si osservano picchi di diffrazione quando si raggiunge la condizione di interferenza costruttiva:

$$n\lambda = 2d \sin\theta$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{n\lambda}{2d}\right) = \arcsin(n \cdot 0.4593)$$

Si hanno quindi 2 picchi di diffrazione per $\theta_1 = 27.34\,°$ e $\theta_2 = 66.72\,°$.

Esercizio 3

Detta $\phi = (V - E)$, la probabilità di tunneling in assenza di campo è data da:

$$P_{T,0} = e^{-\frac{2\sqrt{2m^*\phi}}{\hbar}a} = 1.29 \cdot 10^{-9}$$

Assumendo che, in conseguenza dell'applicazione di un campo F, ci si porti in condizione di tunneling Fowler-Nordheim, la probabilità di tunneling diventa:

$$P_{T,1} = e^{-\frac{4}{3}\frac{\sqrt{2m^*}}{qF\hbar}\phi^{\frac{3}{2}}} = 10^7 P_{T,0} = 1.29 \cdot 10^{-2}$$

Da cui:

$$\log(1.29 \cdot 10^{-2}) = -\frac{4}{3}\frac{\sqrt{2m^*}}{qF\hbar}\,\phi^{\frac{3}{2}}$$

$$F = -\frac{4}{3}\frac{\sqrt{2m^*}}{q\hbar\log(1.29 \cdot 10^{-2})}\,\phi^{\frac{3}{2}} = 15.6\,\frac{MV}{cm}$$

Per verificare la validità dell'ipotesi Fowler-Nordheim, calcoliamo:

$$E_f = V_0 - qFa = V_0 - 3.14\,eV < V_0 - 1eV = E\ \checkmark$$

Esercizio 4

L'energia dei singoli autostati è data da:

$$E_{n_x n_y} = E_{n_x} + E_{n_y} = n_x^2 \frac{h^2}{8ma^2} + n_y^2 \frac{h^2}{8mb^2} = \left(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4}\right) \frac{h^2}{8ma^2} = \left(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4}\right) \cdot 0.377\ eV$$

n_x	n_y	$n_x^2 + \frac{n_y^2}{4}$	$E_{n_x n_y}$
1	1	1.25	0.4712 eV
1	2	2	0.7538 eV
1	3	3.25	1.2250 eV
2	1	4.25	1.6019 eV
2	**2**	**5**	**1.8846 eV**
1	**4**	**5**	**1.8846 eV**
2	3	6.25	2.3558 eV

Gli autostati $E_{2,2}$ ed $E_{1,4}$ sono degeneri.

Esercizio 5

La frequenza di oscillazione dello stato non stazionario è proporzionale allo splitting fra i livelli:

$$\omega_{osc} = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{1}{\hbar}\left(E_d - E_p\right) \rightarrow E_p = E_d - \hbar\omega_{osc}$$

L'autofunzione dispari del primo doppietto ha vettore d'onda:

$$k_d = \frac{2\pi}{\lambda_d} = \frac{2\pi}{2a} = \frac{\pi}{a} = 1.57 \cdot 10^9\ m^{-1} \rightarrow E_d = \frac{\hbar^2 k_d^2}{2m} = 0.0942\ eV$$

L'autofunzione pari deve quindi avere:

$$E_p = 0.0942\ eV - 0.0066\ eV = 0.0876\ eV$$

$$k_p = \sqrt{\frac{2mE_p}{\hbar^2}} = 1.51 \cdot 10^9\ m^{-1}$$

L'ampiezza di barriera si ricava a partire dalla relazione di dispersione:

$$\tan\left(k_p a\right) = -\frac{\hbar^2 k_p}{m u_0}$$

$$u_0 = -\frac{\hbar^2 k_p}{m \tan\left(k_p a\right)} = 0.944\ eV \cdot nm$$

Esercizio 6

Il tempo medio fra i fenomeni di scattering corrisponde al tempo di rilassamento del momento, che determina la mobilità elettronica:

$$\mu = \frac{q\tau_m}{m^*}$$

La mobilità si può ricavare a partire dalla velocità:

$$v_e = \mu F \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{v_e}{F} = 250\frac{cm^2}{Vs}$$

La velocità è riferita ai portatori a fondo banda, quindi consideriamo il fondo della banda per il calcolo della massa efficace:

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}} = \frac{\hbar^2}{2\gamma \cdot 2a \cdot 2a \cdot \cos(2ka)} = \frac{\hbar^2}{8\gamma a^2} = 0.48\, m_e$$

Da cui:

$$\tau_m = \frac{m^*\mu}{q} = 68.25\, fs$$

Esercizio 7

La densità di corrente termoionica è descritta dalla legge di Richardson-Laue-Dushman:

$$J = AT^2 e^{-\frac{W}{kT}} = \ 7.21\frac{pA}{cm^2}$$

Per il secondo campione vale:

$$J_2 = A_2 T_2^2 e^{-\frac{W_2}{kT_2}}$$

Come ragionevoli approssimazioni consideriamo (1) $A_2 \simeq A_{Pd} = A$ e (2) trascuriamo la dipendenza quadratica dalla temperatura. Allora:

$$e^{-\frac{W_2}{kT_2}} \simeq e^{-\frac{W_{Pd}}{kT}}$$

$$W_2 = W_{Pd} \cdot \frac{T_2}{T} = 4.3\, eV$$

Il secondo campione è in Titanio.

Esercizio 8

L'ingresso nel regime intrinseco si ha quando la concentrazione intrinseca diventa pari a quella del drogante. Nota la concentrazione intrinseca a 300 K, ricordiamo le dipendenze dalla temperatura:

$$n_i(T) = \sqrt{N_c N_v} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \rightarrow n_i \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \simeq e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

Pertanto, nota la concentrazione a T_0 = 300 K:

$$n_i(T) = n_i(300\ K) e^{-\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{p0}}\right)}$$

Al confine fra regime estrinseco ed intrinseco, la concentrazione intrinseca è pari al drogante ionizzato, che a sua volta è circa pari alla totalità del drogante:

$$n_i(T) = N_d$$

$$-\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right) = \log\left(\frac{N_d}{n_i(T_0)}\right)$$

$$-\frac{E_g}{2k}\frac{1}{T} = \log\left(\frac{N_d}{n_i(T_0)}\right) - \frac{E_g}{2kT_0}$$

$$T = \frac{T_0}{1 - \log\left(\frac{N_d}{n_i(T_0)}\right) \cdot \frac{2kT_0}{E_g}} = \frac{T_0}{0.2719} = 1103\ K$$

La stima così ottenuta trascura l'aumento degli stati in banda di conduzione all'aumentare della temperatura, cioè assume che ci siano meno stati di quelli effettivamente disponibili. Per garantire la stessa concentrazione ($n_i(T) = N_d$) con un numero di stati maggiore, la statistica di occupazione deve diminuire: la temperatura effettiva di ingresso nel regime intrinseco sarà quindi più bassa di quella calcolata, che è pertanto una <u>sovrastima</u> della temperatura di transizione.

Esercizio 9

La corrente è orientata in direzione x_+. Il campione è drogato p, quindi tale corrente è principalmente di lacune ($q > 0$), che si spostano in direzione x_+. Il campo magnetico è entrante (direzione z_-), pertanto ricordando la legge di Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Le particelle tendono a spostarsi, per effetto del campo magnetico, in direzione y_+. Si ha quindi accumulo di cariche positive in direzione y_+ e negativa in direzione y_-. La tensione di Hall V_H è quindi positiva in direzione y_+.

Il modulo della tensione di Hall si ricava imponendo l'uguaglianza tra la forza di Lorentz e quella elettrostatica generata dalle cariche accumulate al bordo del campione:

$$F_L = qvB = \frac{qV_H}{W} = F_{el}$$

$$V_H = vB \cdot W = \mu V_L B \frac{W}{L} = 3.6\ mV$$

La corrente nel semiconduttore è data da:

$$I = \frac{V_L}{R} = \frac{V_L}{\rho L} = \frac{V_L}{L} \cdot qp\mu_p$$

La concentrazione di lacune a temperatura ambiente è circa pari a quella del drogante N_A. Raddoppiando la temperatura di operazione, il materiale rimane in regime estrinseco, quindi la concentrazione non varia. La variazione di corrente è quindi conseguenza della variazione della mobilità.

Esercizio 10

La concentrazione di minoritari si può esprimere come:

$$p(x) = p(0) + \delta p(x) \simeq \delta p(x) = \delta p(0) \cdot e^{-\frac{x}{L_p}}$$

Dove Lp è la lunghezza di diffusione per le lacune:

$$L_p = \sqrt{\tau_p D_p} = \sqrt{\tau_p \cdot \frac{kT\mu_p}{q}} = 8.81\ \mu m$$

Il materiale torna in equilibrio quando la concentrazione di portatori in eccesso torna circa pari a quella all'equilibrio:

$$p(L) \simeq \delta p(0) \cdot e^{-\frac{L}{L_p}} \simeq p(0)$$

Dal testo si ha che $\delta p(0) = 10\ p(0)$, pertanto:

$$-\frac{L}{L_p} = \log\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$L = \log(10)\, L_p = 20.3\ \mu m$$