

1. Considerare la struttura in **Fig. 1**. È un reticolo di Bravais? In caso negativo, proporre una possibile combinazione base-reticolo. Noto $a = 1.5\text{nm}$, determinare la densità atomica superficiale.
2. Si consideri un cristallo cubico semplice sottoposto ad esperimento di diffrazione con sorgente a raggi X di energia $E = 10\text{ keV}$. Sapendo che il primo picco di diffrazione associato ai piani $\{100\}$ si ottiene per $\theta_1 = 34^\circ$, determinare il passo cristallino a e la famiglia di piani avente la minima distanza interplanare risolvibile.
3. Una cavità di raggio $r = 1\text{ cm}$ all'equilibrio termodinamico emette una potenza $P_1 = 16\text{ kW}$ da un orifizio. Determinare l'energia media del modo associato al picco dello spettro di emissione parametrizzato in lunghezza d'onda.
4. Una particella è descritta da una combinazione lineare $\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$ di autofunzioni Ψ_1, Ψ_2 con autovalori λ_1, λ_2 . Sapendo che su 1000 misure si riscontra il valore λ_1 in 700 casi, stimare il modulo del coefficiente a_2 .
5. Si consideri un setup di esperimento fotoelettrico in cui un fascio luminoso ($\lambda = 230\text{ nm}$) viene fatto incidere su un target in titanio ($W = 4.3\text{ eV}$). Calcolare la tensione di stopping V_{stop} , e la velocità degli elettroni all'anodo in presenza di una tensione applicata $V_A = 1\text{ V}$.
6. Si consideri la barriera di potenziale in **Fig. 2** di altezza $V_0 = 1\text{ eV}$. Determinare la larghezza a della barriera affinché, applicando un campo $F = 5\text{ V/nm}$, la probabilità di tunneling per un elettrone di energia $E = 0.25\text{ eV}$ aumenti di un fattore 10^{10} rispetto al caso in assenza di campo applicato.
7. Si consideri una buca a pareti infinite di larghezza $a = 5\text{ nm}$. Determinare la lunghezza d'onda λ del fotone associato al rilassamento dal quarto autostato al secondo autostato. Se si considerasse una buca a pareti finite, la lunghezza d'onda associata al medesimo rilassamento sarebbe maggiore o minore?
8. Si consideri un profilo di potenziale del tipo $V(x) = \alpha x^\beta$. Sapendo che i livelli energetici sono descritti dalla relazione $E_n = E_0 + E_1 n^{4/3}$, con $E_0 = 13.9\text{ meV}$, $E_1 = 36\text{ meV}$ ed $n = 0, 1, 2, \dots$, determinare il parametro β . Si costruisca quindi uno stato non stazionario come combinazione lineare delle autofunzioni dei primi due livelli energetici. Rappresentare graficamente in modo qualitativo il modulo quadro dell'autofunzione dello stato non stazionario al tempo $t = 28.76\text{ fs}$.
9. Si consideri un pacchetto d'onda gaussiano centrato in $k_0 = 10^{10}\text{ m}^{-1}$ con $\sigma_k = k_0/10$, propagantesi in un materiale con relazione di dispersione del tipo $E(k) = E_0(1 + \cos(2ka))$ con $a = 0.5\text{ nm}$ ed $E_0 = 1\text{ eV}$. Calcolare la dispersione spaziale del pacchetto $\sigma_x(t)$ ai tempi $t_1 = 0$, $t_2 = 1\text{ fs}$, $t_3 = 1\text{ ps}$.
10. Un elettrone in un cristallo di passo $a = 0.3\text{nm}$ è descritto da un'autofunzione $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$. Sapendo che l'autofunzione torna in fase dopo $N = 6$ passi reticolari, determinare il valore del parametro k dell'autofunzione. Si tracci quindi il profilo della parte reale della funzione involuppo e della parte reale dell'autofunzione su 9 passi reticolari, sapendo che la funzione di Bloch è di tipo pari con un solo massimo in corrispondenza dell'atomo, e si annulla nella regione di barriera.

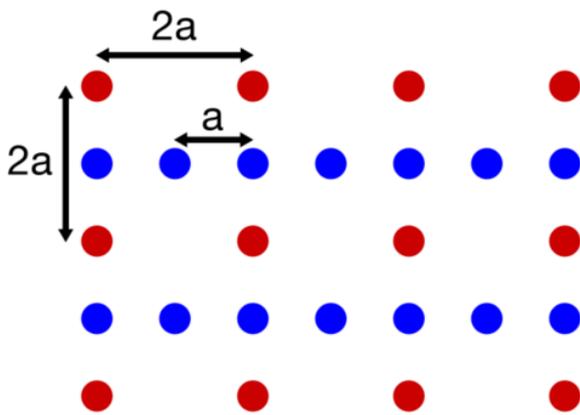


Fig. 1

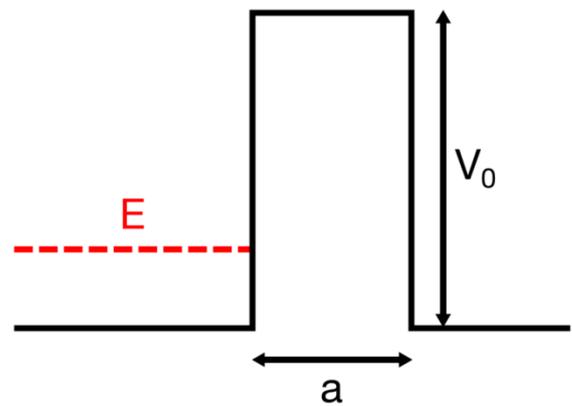


Fig. 2

1. Consider the crystalline structure in **Fig. 1**. Is it a Bravais lattice? If not, determine a suitable base-lattice combination. Given $a = 1.5\text{nm}$, calculate the surface atomic density.
2. Consider a simple cubic crystal undergoing a diffraction experiment with an X-ray source of energy $E = 10\text{keV}$. Knowing that the first diffraction peak associated with planes $\{100\}$ is found for $\theta_1 = 34^\circ$, estimate the lattice step and determine the plane family having the minimum resolvable interplanar distance.
3. A black body cavity with radius $r = 1\text{cm}$ at thermodynamic equilibrium radiates a power $P_1 = 16\text{kW}$ from an orifice. Determine the mean energy of the mode associated with the peak of the wavelength-parametrized emission spectrum.
4. A particle is described by a linear combination $\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$ of eigenfunctions Ψ_1, Ψ_2 with eigenvalues λ_1, λ_2 . Knowing that by sampling 1000 times the particle, the value λ_1 is observed 700 times, estimate the modulus of the coefficient a_2 .
5. Consider a photoelectric experiment setup in which a light beam ($\lambda = 230\text{nm}$) impinges on a titanium target ($W = 4.3\text{eV}$). Calculate the stopping voltage V_{stop} , and the velocity of the electrons at the anode when a voltage $V_A = 1\text{V}$ is applied to the device.
6. Consider the potential barrier in **Fig. 2** with $V_0 = 1\text{eV}$. Calculate the barrier width a such that, by applying an electric field $F = 5\text{V/nm}$, the tunneling probability for an electron of energy $E = 0.25\text{eV}$ increases by a factor 10^{10} with respect to the case of no applied field.
7. Consider a well with infinite walls of width $a = 5\text{nm}$. Determine the wavelength λ of the photon emitted during a relaxation from the fourth eigenstate to the second eigenstate. If the infinite walls approximation were removed, would the wavelength associated with the same relaxation be larger or smaller?
8. Consider a potential profile $V(x) = \alpha x^\beta$. Knowing that the energy eigenvalues are described by $E_n = E_0 + E_1 n^{4/3}$, with $E_0 = 13.9\text{meV}$, $E_1 = 36\text{meV}$ and $n = 0, 1, 2, \dots$, estimate the parameter β . Let a non-stationary state be now built as a linear combination of the eigenfunctions of the first two energy levels. Qualitatively plot the squared modulus of the eigenfunction of the non-stationary state at time $t = 28.76\text{fs}$.
9. Consider a Gaussian wavepacket centered in $k_0 = 10^{10}\text{m}^{-1}$ with $\sigma_k = k_0/10$, propagating in a material with a dispersion relation $E(k) = E_0(1 + \cos(2ka))$ where $a = 0.5\text{nm}$ and $E_0 = 1\text{eV}$. Calculate the spatial dispersion of the wavepacket $\sigma_x(t)$ at times $t_1 = 0$, $t_2 = 1\text{fs}$, $t_3 = 1\text{ps}$.
10. An electron in a crystal with lattice step $a = 0.3\text{nm}$ is described by an eigenfunction $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$. Knowing that the eigenfunction goes back in phase after $N = 6$ lattice steps, determine the value of k . Plot the profile of the real part of the envelope function and of the real part of the eigenfunction on 9 lattice steps, knowing that the Bloch function is even, with a single maximum in correspondence of the atom, and equal to zero in the barrier region.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone	$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}\text{kg}$
costante di Planck	$h = 6.626 \cdot 10^{-34}\text{J s}$
carica elettronica	$e = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{C}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}\text{J K}^{-1}$
velocità della luce	$c = 2.998 \cdot 10^8\text{m s}^{-1}$
costante dielettrica nel vuoto	$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}\text{F m}^{-1}$
costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\text{W m}^{-2}\text{K}^{-4}$
costante di Wien	$c_W = 2.8 \cdot 10^{-3}\text{K m}$

	Si	Ge
costante dielettrica relativa ϵ_r	11.7	16
concentrazione intrinseca n_i [cm^{-3}]	1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
gap di energia E_G [eV]	1.12	0.66
densità di stati effettiva in banda di conduzione N_c [cm^{-3}]	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
densità di stati effettiva in banda di valenza N_v [cm^{-3}]	1.04×10^{19}	0.6×10^{19}