

- Si studi la struttura multidimensionale in **Fig. 1**, con  $a = b = 0.5 \text{ nm}$ . Specificare se è un reticolo di Bravais e a quale reticolo di riferimento può essere ricondotto. Disegnare una cella unitaria primitiva e una relativa coppia di vettori primitivi. Quanti atomi sono presenti nella cella così ottenuta? In uno spazio 3D, si disegni un esempio della famiglia di piani indicati dalle intersezioni con gli assi (1 2 3) e si trovino i rispettivi indici di Miller.
- Un fascio di raggi X emesso da una sorgente con energia  $2.35 \text{ keV}$  incide su un reticolo cubico 3D con passo reticolare  $a = 0.6 \text{ nm}$ . Per quali famiglie di piani, e a che angoli, si notano effetti diffrattivi? Se il reticolo fosse stato un FCC, mantenendo inalterato il lato  $a$  della cella, cosa ci si aspetterebbe con riferimento alla posizione dei picchi di diffrazione (in termini *qualitativi*)? Ci sarebbero più o meno picchi?
- Si consideri l'esperimento fotoelettrico in **Fig.2** con un catodo in oro ( $W = 5.1 \text{ eV}$ ). Considerando una resistenza parassita  $R = 0$ , calcolare la lunghezza d'onda massima del fascio fotonico incidente per avere effetto fotoelettrico. Considerando una lunghezza d'onda pari ad  $1/2$  di quella di partenza, quale sarebbe la tensione di stopping? Considerando di applicare una tensione  $V_A = +|V_{\text{stop}}|$ , riportare in un grafico l'andamento qualitativo della lunghezza d'onda degli elettroni fotogenerati. Una resistenza parassita  $R > 0 \Omega$  che effetto avrebbe sulla tensione fornita dal generatore per non avere effetto fotoelettrico?
- Considerare la buca di potenziale in **Fig. 3**, con  $\beta = 0.8 \text{ eV/nm}$  e  $\alpha = 5 \text{ eV/nm}$ . Stimare i primi 3 autovalori energetici della buca, disegnando le rispettive autofunzioni. Dividere ora la buca in due sottobucche: buca I e buca II. Stimare tramite ragionamento qualitativo la posizione dell'autovalore fondamentale per la buca I e per la buca II: quale delle tre configurazioni presenterà l'autovalore fondamentale più alto? Ed il minore? Perché?
- Si consideri il profilo di potenziale in **Fig.4**, costituito da due rami di parabola specchiati ( $y = \alpha x^2$ ,  $\alpha = 0.01 \text{ N/m}$ ). Quanto è la probabilità di tunneling di un elettrone che viaggia da sinistra verso destra alla stessa energia dei vertici dei due rami di parabola?
- Un fascio elettronico  $\phi_i = 10^{20} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  incide, viaggiando da destra a sinistra con  $E = 2 \text{ eV}$ , su una barriera di potenziale rettangolare alta  $4 \text{ eV}$  e larga  $0.8 \text{ nm}$ . Quanto vale, usando l'approssimazione WKB, il flusso riflesso? Riportare poi in un grafico la trasmittività in funzione dell'energia del flusso incidente.
- Si faccia una stima con l'approssimazione a pareti infinite di tre autovalori della buca in **Fig.5**. Calcolare il tempo medio di tunneling per il terzo autovalore della buca. Calcolare lo spessore della barriera in esame per avere un aumento della probabilità di tunneling di un fattore 10.
- Si consideri la doppia buca doppia di **Fig. 6**. Si costruisca la funzione d'onda  $\Psi$  di uno stato non stazionario ottenuto dalla sovrapposizione dei due autostati di minima energia  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , assumendo un eguale coefficiente dei due autostati. Note le energie  $E_1 = 0.14 \text{ eV}$  e  $E_2 = 1.607 \text{ eV}$ , tracciare  $|\Psi|^2$  in due istanti successivi che differiscono di  $0.1 \text{ ps}$ . Se ad un dato istante viene effettuata la misura dell'energia, che esito può dare la misura?
- Un elettrone in un cristallo è descritto dalla relazione di dispersione  $E(k) = E_0[\sin^2(ka) - \cos(ka)]$ , con  $E_0 = 1 \text{ eV}$  ed  $a = 0.5 \text{ nm}$ . Si individuino i punti di massimo, si calcolino in tali punti le masse efficaci e si commentino i risultati.
- Si definiscano la funzione di Bloch e la funzione involuppo in relazione all'autofunzione in un potenziale periodico. Disegnare la parte reale della funzione involuppo per la massima lunghezza d'onda (non infinita) ammessa nella prima zona di Brillouin, considerando un reticolo di riferimento con  $N = 8$  passi reticolari. Rappresentare poi qualitativamente l'autofunzione (parte reale) ed il modulo quadro dell'autofunzione assumendo una funzione di Bloch del tipo  $\sin(2\pi x/a)$ . Qual è la minima lunghezza d'onda ammessa nella prima zona di Brillouin?

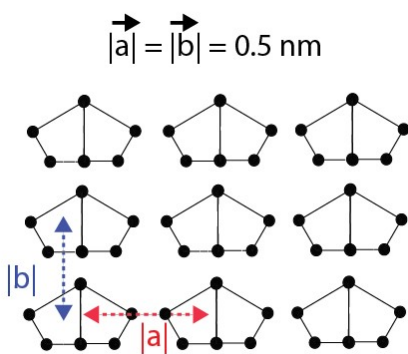


Fig. 1

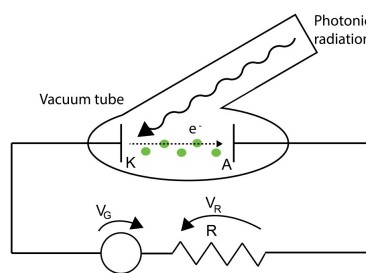


Fig. 2

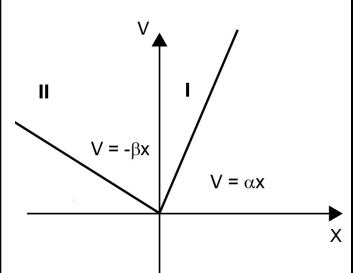


Fig. 3

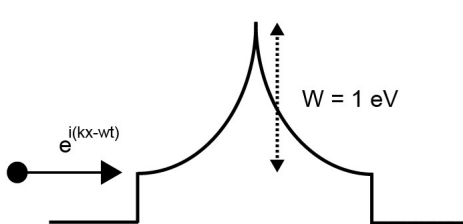


Fig. 4

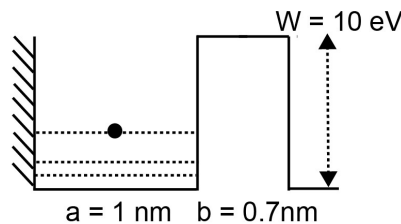


Fig. 5

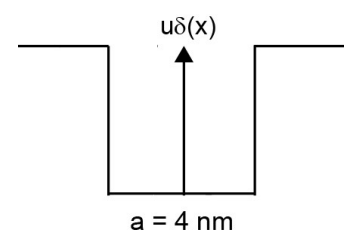


Fig. 6

1. Consider the multidimensional crystalline structure in **Fig.1**, with  $a = b = 0.5$  nm. Is this a Bravais lattice? Can be referred to a known structure? Draw a primitive cell and a couple of unitary primitive vectors. How many atoms are there per single cell, now? Finally, draw a plane with intersections (1 2 3) and find the corresponding Miller indexes.
2. Consider a beam of X rays emitted by a 2.35 keV source impinging on 3D cubic lattice with atomic pitch  $a = 0.6$  nm. What are the planes and the angles giving diffraction? If the lattice were an FCC with the same main dimensions as before, what would you expect (qualitatively) for the positions of the peaks of diffraction? Would be there more or less peaks?
3. Consider the photoelectric experiment of **Fig.2** with a gold cathode ( $W = 5.1$  eV). Considering a parasitic  $R = 0$ , calculate the maximum wavelength of the photonic beam impinging the cathode. Considering a new  $\lambda = \lambda/2$ , what is the stopping voltage? Draw a qualitative graph of the  $\lambda$  of the photogenerated electrons for  $V_G = 0$  V. Considering a parasitic resistance  $R > 0$   $\Omega$ , what would be the consequence over the voltage generator in order to have no photoelectric effect?
4. Consider the potential configuration of **Fig.3**, with  $\beta = 0.8$  eV/m and  $\alpha = 5$  eV/m. Give an estimation of the first three eigenvalues of the potential profile. Split the well in two smaller ones: well I and well II. Estimate now the positions of the fundamental eigenvalues of the profiles I and II. Which of the three configuration presents the highest fundamental eigenvalue? And the lowest?
5. Consider the potential barrier of **Fig. 4** (two parabola branches,  $y = \alpha x^2$ ,  $\alpha = 0.01$  N/m), What is the tunneling probability of the electron travelling from left towards right with the same energy of the vertex of the parabola branches?
6. Consider an electronic beam ( $E = 2$  eV) with flux  $\phi_i = 10^{20}$  cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> that impinges against a rectangular barrier of height 4 eV and width 0.8 nm. How much is the reflected flux (using the WKB approximation)? Report a qualitative graph of the transmission factor as a function of the energy of the beam.
7. Using the infinite wall approximation, calculate three eigenvalues of the potential profile in **Fig. 5**. Calculate the average tunneling time for the third eigenvalue. Furthermore, calculate the width of the barrier in order to have an increase of the tunneling probability of a factor 10.
8. Consider the double well of **Fig.6**. Build the eigenfunction  $\Psi$  considering the two eigenstates of minimum energy  $\psi_1$  e  $\psi_2$ . Use the same coefficient for the two eigenfunctions. Considering the two respective energies  $E_1 = 0.14$  eV e  $E_2 = 1.607$  eV, draw  $|\Psi|^2$  in two different time instants that differs of 0.1 ps. If you measure the eigenfunction, what could be the result of the measurement?
9. Consider the dispersion relation  $E(k) = E_0[\sin^2(ka) - \cos(ka)]$  with  $E_0 = 1$ eV and  $a = 0.5$  nm. Look for the points that maximize the function, calculate the corresponding effective masses and comment the results.
10. Consider the Bloch Theorem. Considering a lattice with 8 atoms (i.e. reticular points) draw the real part of the envelope function for the maximum wavelength (not infinite) allowed in the first Brillouin zone. Represent qualitatively the eigenfunction (real part) and the square of the module of the eigenfunction assuming a Bloch function similar to  $\sin(2\pi x/a)$ . What is the minimum wavelength in the 1<sup>st</sup> Brillouin zone?

**Costanti fisiche:**

massa dell'elettrone  
 costante di Planck  
 carica elettronica  
 costante di Boltzmann  
 velocità della luce  
 costante dielettrica nel vuoto  
 costante di Stefan-Boltzmann  
 costante di Wien

$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31}$  kg  
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  J s  
 $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C  
 $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23}$  J K<sup>-1</sup>  
 $c = 2.998 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup>  
 $\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12}$  F m<sup>-1</sup>  
 $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$  W m<sup>-2</sup> K<sup>-4</sup>  
 $c_W = 2.8 \cdot 10^{-3}$  K m

costante dielettrica relativa  $\epsilon_r$   
 concentrazione intrinseca  $n_i$  [cm<sup>-3</sup>]  
 gap di energia  $E_G$  [eV]  
 densità di stati effettiva in banda di conduzione  $N_c$  [cm<sup>-3</sup>]  
 densità di stati effettiva in banda di valenza  $N_v$  [cm<sup>-3</sup>]

Si	Ge
11.7	16
$1.45 \times 10^{10}$	$2.4 \times 10^{13}$
1.12	0.66
$2.8 \times 10^{19}$	$1.04 \times 10^{19}$
$1.04 \times 10^{19}$	$0.6 \times 10^{19}$