

1. Considerare la struttura bidimensionale in **Fig. 1**. È un reticolo di Bravais? In caso negativo, proporre una possibile combinazione base-reticolo. Nota la densità atomica superficiale $\rho = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$, determinare il valore del parametro a .
2. Un cristallo cubico semplice con passo reticolare $a = 1.25 \text{ nm}$ è sottoposto ad esperimento di diffrazione con sorgente di elettroni a velocità $v_e = 10^6 \text{ m/s}$. Determinare la minima distanza interplanare risolvibile e calcolare gli angoli di diffrazione per i piani della famiglia $\{110\}$.
3. Si considerino una cavità C_1 di raggio $r = 1 \text{ cm}$ all'equilibrio termodinamico, emittente attraverso un orifizio una potenza $P = 2 \text{ kW}$, e un corpo B_1 alla stessa temperatura di C_1 . Sapendo che lo spettro di emissione di B_1 presenta un picco in corrispondenza di $\lambda = 2 \mu\text{m}$, stabilire se B_1 è un corpo nero.
4. In un setup di esperimento fotoelettrico un catodo in oro ($W = 5.1 \text{ eV}$) viene irraggiato con una sorgente luminosa $\lambda_1 = 200 \text{ nm}$. Determinare la tensione di stopping V_{stop} da applicare al setup affinché non si osservi fotocorrente all'anodo. Assumendo tensione nulla ai capi degli elettrodi, calcolare la lunghezza d'onda di de Broglie dell'elettrone λ_{dB} .
5. Dato uno stato stazionario di un elettrone in una buca di potenziale simmetrica $V(-x) = V(x)$, calcolare il valore d'aspettazione della posizione e del momento dell'elettrone.
6. Si consideri il sistema buca-barriera in **Fig. 2**, dove $a = 2 \text{ nm}$, $b = 1.5 \text{ nm}$, e $V_0 = 2 \text{ eV}$. Determinare il campo F da applicare alla barriera affinché il tempo medio di tunneling per un elettrone sul secondo livello energetico della buca sia $t_{\text{TUN}} = 1 \text{ ns}$. Si usi l'approssimazione di buca a pareti infinite ai soli fini del calcolo dei livelli energetici.
7. Si consideri il profilo di potenziale del tipo $V(x) = \alpha x^4$ mostrato in **Fig. 3a**, dove $\alpha = 1 \text{ eV}/(\text{nm})^4$. Stimare a mezzo del principio di indeterminazione di Heisenberg la dipendenza dell'energia degli autostati dal numero quantico n e la posizione dei primi 3 autostati E_1, E_2, E_3 . Considerare quindi le due semibuca in **Fig. 3b** e **Fig. 3c**, ottenute inserendo una parete infinita di potenziale in $x = 0$. Commentare qualitativamente le differenze attese fra le tre buche in termini di (i) dipendenza degli autostati dal numero quantico e (ii) posizione degli autostati.
8. Due buche di pari larghezza a sono accoppiate a mezzo di una barriera deltiforme di modulo u_0 . Sapendo che il sesto autostato del sistema è localizzato ad energia $E_6 = 1.2 \text{ eV}$ e che la densità di probabilità dello stato non stazionario associato al primo doppietto oscilla con periodo $T_{1-2} = 100 \text{ fs}$, determinare l'energia E_1 del primo autostato e il modulo u_0 della barriera.
9. Un pacchetto d'onda gaussiano con $\sigma_k = 10^8 \text{ m}^{-1}$ si propaga in un materiale caratterizzato da una relazione di dispersione del tipo $E(k) = E_0 \cdot [1 + 2 \cdot \cos(2ka)]$, dove $E_0 = 1 \text{ eV}$ e $a = 1 \text{ nm}$. Sapendo che il pacchetto è centrato nel minimo k_0 compreso fra 0 e π/a tale da non avere dispersione, determinarne la velocità di gruppo v_g e la deviazione standard nello spazio σ_x .
10. Un elettrone in un cristallo di passo $a = 1.5 \text{ nm}$ è descritto da un'autofunzione $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$. Sapendo che il minimo valore (in modulo) non nullo ammesso per k è pari a $k_{\text{min}} = 0.523 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$, determinare il numero di atomi N che compongono il cristallo. Nota la funzione di Bloch mostrata in **Fig. 4**, tracciare quindi il profilo della parte reale dell'autofunzione $\psi_k(x)$ in corrispondenza di $k = 2.094 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$.

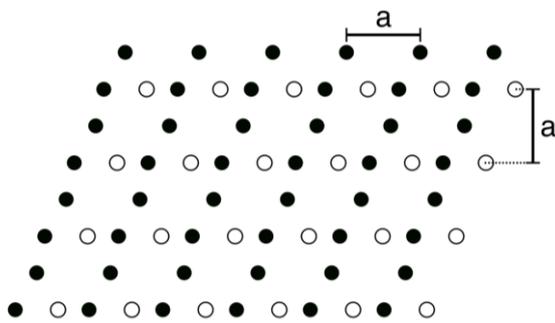


Fig. 1

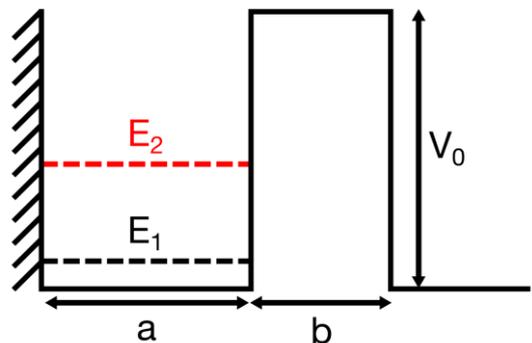


Fig. 2

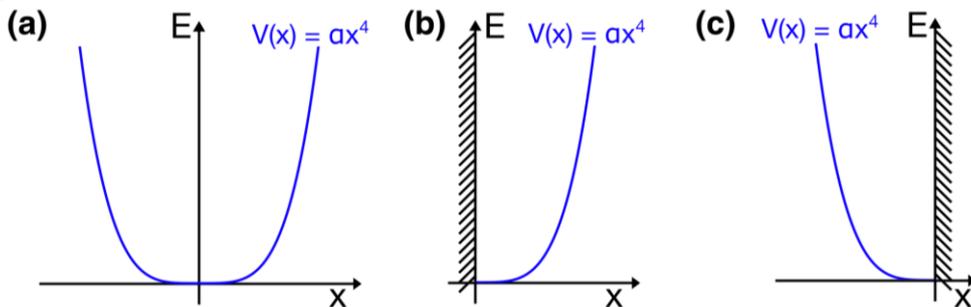


Fig. 3

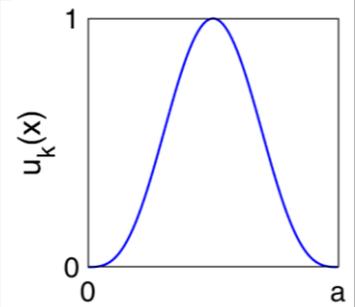


Fig. 4

1. Consider the bidimensional structure in **Fig. 1**. Is it a Bravais lattice? If not, identify a base-lattice combination. Given the surface atomic density $\rho = 1.5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$, calculate the value of the parameter a .
2. A simple cubic crystal with lattice step $a = 1.25 \text{ nm}$ undergoes a diffraction experiment with an electron source where the electron velocity is $v_e = 10^6 \text{ m/s}$. Determine the minimum resolvable interplanar distance and calculate diffraction angles for crystalline planes of the $\{110\}$ family.
3. Consider a cavity C_1 with radius $r = 1 \text{ cm}$ at thermodynamic equilibrium, emitting a power $P = 2 \text{ kW}$ through an aperture, and a body B_1 at the same temperature of C_1 . Knowing that the emission spectrum of B_1 shows a peak for $\lambda = 2 \mu\text{m}$, determine whether B_1 is a black body.
4. In a photoelectric experiment setup, a gold cathode ($W = 5.1 \text{ eV}$) is irradiated with a light source $\lambda_1 = 200 \text{ nm}$. Calculate the stopping voltage V_{stop} that must be applied to the setup in order not to observe any photocurrent at the anode. Assuming zero voltage across the electrodes, calculate the de Broglie wavelength for the electron λ_{dB} .
5. Given a stationary state of an electron in a symmetric potential well $V(-x) = V(x)$, calculate the expectation value for the position and momentum of the electron.
6. Consider the well-barrier system in **Fig. 2**, where $a = 2 \text{ nm}$, $b = 1.5 \text{ nm}$, and $V_0 = 2 \text{ eV}$. Estimate the field F that must be applied to the barrier for the mean tunneling time of an electron on the second well eigenstate to be $t_{\text{TUN}} = 1 \text{ ns}$. Use the infinite-wall approximation for calculating eigenstates only.
7. Consider the potential profile $V(x) = \alpha x^4$ shown in **Fig. 3a**, where $\alpha = 1 \text{ eV}/(\text{nm})^4$. Estimate the dependence of the eigenstates energy on the quantum number n and the energy of the first 3 eigenstates E_1, E_2, E_3 by Heisenberg's uncertainty principle. Then, consider the two semi-wells in **Fig. 3b** e **Fig. 3c**, obtained by inserting an infinite potential wall in $x = 0$. Qualitatively comment on the expected differences among the three wells in terms of (i) dependence of eigenstates on the quantum number and (ii) energy value of the eigenstates.
8. Two potential wells of same width a are coupled through a delta-like barrier of modulus u_0 . Knowing that the sixth eigenstate of the system is localized at an energy $E_6 = 1.2 \text{ eV}$ and that the probability density of the non-stationary state associated with the first doublet oscillates with period $T_{1-2} = 100 \text{ fs}$, calculate the energy E_1 of the first eigenstate and the barrier modulus u_0 .
9. A gaussian wavepacket with $\sigma_k = 10^8 \text{ m}^{-1}$ propagates in a material characterized by a dispersion relation $E(k) = E_0 \cdot [1 + 2 \cdot \cos(2ka)]$, where $E_0 = 1 \text{ eV}$ and $a = 1 \text{ nm}$. Knowing that the packet is centered in the minimum k_0 between 0 and π/a resulting in no dispersion, calculate the group velocity v_g and the spatial standard deviation σ_x .
10. An electron in a crystal with lattice step $a = 1.5 \text{ nm}$ is described by an eigenfunction $\psi_k(x) = u_k(x)e^{ikx}$. Knowing that the minimum non-zero value (in modulus) allowed for k is equal to $k_{\text{min}} = 0.523 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$, calculate the number N of atoms composing the crystal. Given the Bloch function shown in **Fig. 4**, plot the real part of the eigenfunction $\psi_k(x)$ when $k = 2.094 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$.

Costanti fisiche:

massa dell'elettrone	$m_0 = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
costante di Planck	$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
carica elettronica	$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
velocità della luce	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
costante dielettrica nel vuoto	$\epsilon_0 = 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
costante di Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
costante di Wien	$c_W = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$

	Si	Ge
costante dielettrica relativa ϵ_r	11.7	16
concentrazione intrinseca n_i [cm^{-3}]	1.45×10^{10}	2.4×10^{13}
gap di energia E_G [eV]	1.12	0.66
densità di stati effettiva in banda di conduzione N_C [cm^{-3}]	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
densità di stati effettiva in banda di valenza N_V [cm^{-3}]	1.04×10^{19}	0.6×10^{19}